Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 3 (1957)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR LES FORMULES D'INTÉGRATION DE L'ANALYSE VECTORIELLE

Autor: Kervaire, Michel A.

Kapitel: 2. Préliminaires.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-33741

L'auteur tient à souligner qu'il ne prétend à aucune originalité dans le présent article. L'idée des démonstrations présentées est bien connue en théorie des variétés différentiables; on la trouve également mentionnée brièvement dans la « Vorlesung von Prof. Dr. W. Pauli: Elektrodynamik », *VMP*, 1949, page 5. L'intention de cette publication est de montrer que l'adaptation de ces démonstrations au niveau élémentaire ne fait pas de difficulté et qu'il serait par suite souhaitable de les voir s'introduire dans les cours d'analyse vectorielle.

2. Préliminaires.

Nous utiliserons les formules du calcul vectoriel sans référence explicite. Citons cependant

$$\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2 \cdot \mathbf{b}_1 \times \mathbf{b}_2 = dét\,(\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{b}_j)\ , \tag{2.1}$$

où $\times$ désigne le produit vectoriel et $.$ le produit scalaire.

De l'analyse vectorielle, on utilisera la forme que prend la formule de dérivation des fonctions composées: Si f est une fonction de x_1, x_2, x_3 et que ces variables soient elles-mêmes des fonctions de u et v (par exemple), les dérivées partielles (si elles existent) de la fonction $f\,(u, v)$ qui prend en (u, v) la valeur de la fonction f au point $x_1\,(u, v)$, $x_2\,(u, v)$, $x_3\,(u, v)$ sont données par

$$f_u = \nabla f \cdot \mathbf{r}_u\ , \qquad f_v = \nabla f \cdot \mathbf{r}_v\ , \tag{2.2}$$

où $\mathbf{r} = \{x_1, x_2, x_3\}$, les lettres u et v en indice indiquant la dérivation partielle. On aura, en outre, besoin de la formule

$$\nabla \times f\mathbf{a} = \nabla f \times \mathbf{a} \qquad (\mathbf{a}, \text{ vecteur constant}). \tag{2.3}$$

3. Courbes, surfaces, volumes (définitions).

Dans la suite, un *morceau de courbe* sera une fonction $\mathbf{r}\,(t)$ définie pour $0 \leqq t \leqq 1$ qui fait correspondre à *toute* valeur de t dans cet intervalle un vecteur de l'espace noté $\mathbf{r}\,(t)$. On exige, en outre, que $\mathbf{r}\,(t)$ possède au moins une dérivée première continue. Si l'on appelle *application* une fonction définie continue pour