

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 3 (1957)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: CHOIX DE QUELQUES PROBLÈMES DE GÉOMÉTRIE
COMBINATOIRE DANS LE PLAN

Autor: Hadwiger, H. / Debrunner, H.

Bibliographie

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-33736>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 18.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

vérifie alors aisément que tout point Q du plan différent de P_1 , qui est à une distance égale à 1 de P_j est à une distance supérieure à 1 d'au moins l'un des trois points P_1, P_i, P_k et par suite n'appartient pas à l'ensemble. En supprimant P_j dans l'ensemble considéré on n'y supprime qu'un seul segment de longueur 1, d'où la récurrence.

De cette démonstration, il résulte encore que dans un ensemble de n points, de diamètre égal à 1, il y a toujours au moins un point P_1 à une distance égale à 1 de deux autres points au plus, P_i et P_j . Le théorème de BORSUK qui est évident pour $n = 3$ s'en déduit encore par récurrence sur n . Car on peut décomposer l'ensemble des $n - 1$ points, obtenu par suppression de P_1 en trois sous-ensembles de diamètre inférieur à 1. L'un d'entre eux ne contient ni P_i ni P_j ; en lui adjoignant P_1 , il reste encore de diamètre inférieur à 1, et on obtient ainsi une décomposition de l'ensemble primitif.

37. Puisque les cercles de rayon 1 ont deux à deux des points communs, leurs centres forment un ensemble de diamètre au plus égal à 2. D'après **34** on peut le recouvrir par un hexagone de côté $2/\sqrt{3}$. Les milieux des côtés d'un triangle équilatéral inscrit dans cet hexagone forment un triangle équilatéral de côté égal à 1. Tout point de l'hexagone et, en particulier, tout centre d'un cercle de l'ensemble est à une distance au plus égale à 1 d'au moins l'un des sommets de ce triangle.

INDEX BIBLIOGRAPHIQUE

- [1] ALTWEGG, M. Ein Satz über Mengen von Punkten mit ganzzahliger Entfernung. *Elemente der Math.*, 7, 56-58, 1952.
- [2] ANNING, N. H. and P. ERDÖS. Integral distances. *Bull. Amer. Math. Soc.*, 51, 598-600, 1945.
- [3] BALASUBRAMANIAN, N. A theorem on sets of points. *Proc. Nat. Inst. Sci. India*, 19, 839, 1953.
- [4] BERNHEIM, B. and Th. MOTZKIN. A criterium for divisibility of n -gons into k -gons. *Comment. Math. Helvetici*, 22, 93-102, 1949.
- [5] BORSUK, K. Drei Sätze über die n -dimensionale euklidische Sphäre. *Fundamenta Math.*, 20, 177-190, 1933.
- [6] DE BRUIJN, N. G. and P. ERDÖS. On a combinatorial problem. *Indagationes Math.*, 10, 421-423, 1948.

- [7] COXETER, H. S. M. A problem of collinear points. *Amer. Math. Monthly*, 55, 26-28, 1948.
- [8] DELACHET, A. *La géométrie contemporaine*. Paris 1950, 128 S.
- [9] DIRAC, G. A. Collinearity properties of sets of points. *Quart. J. Math. Oxford*, Ser. (2), 2, 221-227, 1951.
- [10] EGGLESTON, H. G. Covering a three-dimensional set with sets of smaller diameter. *J. London Math. Soc.*, 30, 11-24, 1955.
- [11] ERDÖS, P. Problem No. 4065. *Amer. Math. Monthly*, 51, 169-171, 1944.
- [12] ——— Integral distances. *Bull. Amer. Math. Soc.*, 51, 996, 1945.
- [13] ——— On sets of distances of n points. *Amer. Math. Monthly*, 53, 248-250, 1946.
- [14] FEJES TÓTH, L. *Lagerungen in der Ebene, auf der Kugel und im Raum*. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1953, 198 S.
- [15] GALE, D. On inscribing n -dimensional sets in a regular n -simplex. *Proc. Amer. Math. Soc.*, 4, 222-225, 1953.
- [16] GUPTA, H. Non-concyclic sets of points. *Proc. Nat. Inst. Sci. India*, 19, 315-316, 1953.
- [17] GUSTIN, W. On the interior of the convex hull of an euclidean set. *Bull. Amer. Math. Soc.*, 53, 299-301, 1947.
- [18] HADWIGER, H. Über die rationalen Hauptwinkel der Goniometrie. *Elemente der Math.*, 1, 98-100, 1946.
- [19] ——— Eulers Charakteristik und kombinatorische Geometrie. *J. reine angew. Math.*, 194, 101-110, 1955.
- [20] HANNER, O. and H. RÅDSTRÖM. A generalization of a theorem of Fenchel. *Proc. Amer. Math. Soc.*, 2, 589-593, 1951.
- [21] HELLY, E. Über Mengen konvexer Körper mit gemeinschaftlichen Punkten. *Jber. Deutsch. Math. Verein.*, 32, 175-176, 1923.
- [22] HOPF, H. Über Zusammenhänge zwischen Topologie und Metrik im Rahmen der elementaren Geometrie. *Math. Phys. Semesterber.*, 3, 16-29, 1953.
- [23] ——— und E. PANNWITZ. Aufgabe Nr. 167. *Jahresber. Deutsch. Math. Verein.*, 43, 114 kursiv, 1934; 45, 33 kursiv, 1936.
- [24] HORN, A. Some generalizations of Helly's theorem on convex sets. *Bull. Amer. Math. Soc.*, 55, 923-929, 1949.
- [25] HORN, A. and F. A. VALENTINE. Some properties of L-sets in the plane. *Duke Math. J.*, 16, 131-140, 1949.
- [26] JUNG, H. W. E. Über die kleinste Kugel, die eine räumliche Figur einschliesst. *J. reine angew. Math.*, 123, 241-257, 1901.
- [27] KARLIN, S. and L. S. SHAPLEY. Some applications of a theorem on convex functions. *Ann. Math. Princeton*, Ser. (2), 52, 148-153, 1950.
- [28] KELLY, L. M. Covering problems. *Nat. Math. Mag.*, 19, 123-130, 1944.
- [29] KIRCHBERGER, P. Über Tschebyscheffsche Annäherungsmethoden. *Math. Ann.*, 57, 509-540, 1903.
- [30] KLEE, V. L., jr. On certain intersection properties of convex sets. *Canadian J. Math.*, 3, 272-275, 1951.
- [31] ——— Brief an H. Hadwiger vom 20. Februar 1953.
- [32] ——— The critical set of a convex body. *Amer. J. of Math.*, 75, 178-188, 1953.

- [33] KLEE, V. L., jr. Brief an P. Vincensini vom 27. September 1954.
- [34] ——— Common secants for plane convex sets. *Proc. Amer. Math. Soc.*, 5, 639-641, 1954.
- [35] KÖNIG, D. Über konvexe Körper. *Math. Z.*, 14, 208-210, 1922.
- [36] LEVI, F. W. On Helly's theorem and the axioms of convexity. *J. Indian. Math. Soc.*, 15, 65-76, 1951.
- [37] ——— Eine Ergänzung zum Hellyschen Satze. *Archiv der Math.*, 4, 222-224, 1953.
- [38] MOSER, L. On the different distances determined by n points. *Amer. Math. Monthly*, 59, 85-91, 1952.
- [39] MOTZKIN, Th. The lines and planes connecting the points of a finite set. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 70, 451-464, 1951.
- [40] MÜLLER, A. Auf einem Kreis liegende Punktmengen ganzzahliger Entfernungen. *Elemente der Math.*, 8, 37-38, 1953.
- [41] NAGY, B. Sz.-. Ein Satz über Parallelverschiebungen konvexer Körper. *Acta Scient. Math.*, 15, 169-177, 1954.
- [42] PÁL, J. Über ein elementares Variationsproblem. *Math.-fys. Medd., Danske Vid. Selsk.*, 3, 1920, 35 S.
- [43] PÓLYA, G. und G. SZEGÖ. *Aufgaben und Lehrsätze aus der Analysis*. Berlin 1925, Bd. 1, 338 S.; Bd. 2, 408 S.
- [44] RADEMACHER, H. and I. J. SCHOENBERG. Helly's theorems on convex domains and Tchebycheff's approximation problem. *Canadian J. Math.*, 2, 245-256, 1950.
- [45] ——— und O. TOEPLITZ. *Von Zahlen und Figuren*. Berlin 1930, 164 S.
- [46] RADO, R. Theorems on the intersection of convex sets of points. *J. London Math. Soc.*, 27, 320-328, 1952.
- [47] ——— A theorem on sequences of convex sets. *Quart. J. Oxford*, Ser. (2), 3, 183-186, 1952.
- [48] RADON, J. Mengen konvexer Körper, die einen gemeinsamen Punkt enthalten. *Math. Ann.*, 83, 113-115, 1921.
- [49] ROBINSON, C. V. Spherical theorems of Helly's type and congruence indices of spherical caps. *Amer. J. of Math.*, 64, 260-272, 1942.
- [50] SANTALÓ, L. A. Un teorema sobre conjuntos de paralelepipedos de aristas paralelas. *Publ. Inst. Mat. Univ. Nac. Litoral*, 2, 49-60, 1940; 3, 202-210, 1942.
- [51] ——— Sobre pares de figuras convexas. *Gaz. Mat. Lisboa*, 12, 7-10, 1951; 14, 6, 1953.
- [52] SCHERRER, W. Die Einlagerung eines regulären Vielecks in ein Gitter. *Elemente der Math.*, 1, 97-98, 1946.
- [53] STEIGER, F. Zu einer Frage über Mengen von Punkten mit ganzzahliger Entfernung. *Elemente der Math.*, 8, 66-67, 1953.
- [54] STEINITZ, E. Bedingt konvergente Reihen und konvexe Systeme. *J. reine angew. Math.*, 143, 128-175, 1913; 144, 1-40, 1914; 146, 1-52, 1916.
- [55] SYLVESTER, J. J. Question No. 11851. *Educational Times*, 59, 98, 1893,
- [56] TREVISAN, G. Una condizione di allineamento per gli insiemi infiniti di punti del piano euclideo. *Rend. Sem. Mat. Univ. Padova*, 18, 258-261, 1949.

- [57] TROST, E. Bemerkung zu einem Satz über Mengen von Punkten mit ganzzahligen Entfernungen. *Elemente der Math.*, 6, 59-60, 1951.
- [58] VINCENSINI, P. Sur une extension d'un théorème de M. J. Radon sur les ensembles de corps convexes. *Bull. Soc. Math. France*, 67, 115-119, 1939.
- [59] — Les ensembles d'arcs d'un même cercle dans leurs relations avec les ensembles de corps connexes du plan euclidien. *Atti IV. Congr. Un. Mat. Ital.*, 2, 456-464, 1953.
- [60] — Sur certains ensembles d'arcs de cercle ou de calottes sphériques. *Bull. Sci. Math.*, (2), 77, 120-128, 1953.

Reçu le 26 avril 1956.
