Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 2 (1956)

Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: ALGÈBRE DES POLYNOMES

Autor: Zamansky, Marc

Kapitel: Relations entre les deux divisions **DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-32901

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

RELATIONS ENTRE LES DEUX DIVISIONS

Nous avons introduit la seconde division en écrivant l'égalité déduite de A = BQ + R, deg R < deg B, pour les polynômes transposés:

$$\overline{\mathbf{A}} = \overline{\mathbf{B}} \, \overline{\mathbf{Q}} + e_{n-r} \, \overline{\mathbf{R}}$$

où $n = \deg A$, $r = \deg R$.

Il est évident que dans ce cas les coefficients de \overline{Q} et \overline{R} dans la division suivant les puissances croissantes sont les mêmes que ceux de Q et R, écrits dans l'ordre inverse.

Nous montrerons maintenant qu'on obtient la même propriété en partant de la division suivant les puissances croissantes.

Soit
$$A = BQ + e_{k+1} R$$
 avec $\rho(B) = 0$, deg $Q \leq k$.

Posons $\deg A = n$, $\deg B = p$, $\deg Q = q \le k$. Comme v(B) = 0, on a: $\deg \overline{B} = \deg B = p$. Ecrivons $\overline{R} = \overline{A - BQ}$ et distinguons les quatre cas possibles suivants:

1er cas. Si deg A > deg BQ, on a:
$$\overline{A} - e_{n-p-q} \, \overline{B} \, \overline{Q} = \overline{R}$$
.

2e cas. Si $\deg A = \deg BQ$ et $\deg (A - BQ) = \deg A$, on a: $\overline{A} - \overline{B} \, \overline{Q} = \overline{R}$.

3e cas. Si deg A = deg BQ et si $m = \deg (A - BQ) < \deg A$, on a $\overline{A} - \overline{B} \overline{Q} = e_{n-m} \overline{R}$.

4e cas. Si deg A < deg BQ, on a:
$$e_{p+q-n} \, \overline{\mathbf{A}} - \overline{\mathbf{B}} \, \overline{\mathbf{Q}} = \overline{\mathbf{R}}.$$

Je dis que dans tous ces cas on a l'égalité d'une division euclidienne.

Remarquons qu'on a toujours deg $\overline{R} \leqslant \deg R = \deg (A - BQ) - k - 1 < \deg (A - BQ) - q$.

Examinons les quatre cas:

1er cas. — On a deg $\overline{R} <$ deg (A — BQ) — q=n-q= deg (e_{n-p-q} \overline{B}) puisque deg $\overline{B}=p$.

Donc $\overline{\mathbb{Q}}$ et $\overline{\mathbb{R}}$ sont les quotient et reste de la division euclidienne de $\overline{\mathbb{A}}$ par e_{n-p-q} $\overline{\mathbb{B}}$.

2e cas. — On a deg
$$\overline{R} .$$

Donc \overline{Q} et \overline{R} sont les quotient et reste de la division euclidienne de \overline{A} par \overline{B} .

3e cas. — On a deg $\overline{\mathbf{R}} < m-q$, donc deg $(e_{n-m}\ \overline{\mathbf{R}}) < n-m+m-q = n-q = \deg \mathbf{B} = \deg \overline{\mathbf{B}}$.

Donc \overline{Q} et e_{n-m} \overline{R} sont les quotient et reste de la division euclidienne de \overline{A} par \overline{B} .

 4^{e} cas. — On a deg $\overline{\mathrm{R}} . Donc <math>\overline{\mathrm{Q}}$ et $\overline{\mathrm{R}}$ sont les quotient et reste de la division euclidienne de e_{p+q-n} $\overline{\mathrm{A}}$ par $\overline{\mathrm{B}}$.

Conclusion

Dans tous les cas on peut obtenir les coefficients des quotient Q et reste R de la division de A par B suivant les puissances croissantes à un ordre k, en effectuant la division euclidienne des transposés \overline{A} , \overline{B} de A, B multipliés éventuellement par un e_h et en prenant les coefficients des transposés des quotient et reste de cette division euclidienne.