Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 2 (1956)

Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: L'ANALYSE HARMONIQUE DANS LES GROUPES ABÉLIENS

Autor: Braconnier, Jean

Bibliographie

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-32889

clair que, si g est intégrable et bornée dans G, le spectre de G est le support de $\hat{g}$.

Le théorème taubérien de WIENER signifie que, si $H \subset L^{\infty}(G)$ est telle que J (H) ne soit pas réduit à 0, le spectre de H n'est pas vide (théorème de BEURLING [1]). En général, J (H) contient évidemment J (Sp (H)), mais ces deux espaces sont distincts. Toutefois, si U′ est un voisinage de Sp (H) dans G, on a $H \subset J(U')$, c'est-à-dire qu'*on peut approcher faiblement dans* $L^{\infty}(G)$, *et même uniformément sur tout compact, toute fonction de* H *par des polynomes trigonométriques formés avec les éléments de* U′. Dans le cas où G est *compact*, on voit ainsi que J (H) = J (Sp (H)) pour toute partie H de $L^{\infty}(G)$. Plus généralement, si la frontière de Sp (H) est clairsemée (par exemple si Sp (H) est discret), on a $H \subset J(Sp(H))$. Si Sp (H) est *discret*, on peut alors associer à chaque fonction de H un développement formel canonique suivant Sp (H); si de plus $f \in H$ est uniformément continue, f est *presque périodique* [27]; la théorie des fonctions presque périodiques permet d'ailleurs de préciser de nombreuses propriétés spectrales [27], mais il n'existe pas à l'heure actuelle d'étude systématique des rapports qui existent entre la théorie spectrale et la théorie ergodique. Il est permis de croire qu'on pourra encore préciser considérablement les critères indiqués ci-dessus pour qu'un idéal I de $L^1(G)$ soit égal à Z (Cosp (I)).

BIBLIOGRAPHIE

[1] BEURLING, A., Un théorème sur les fonctions bornées et uniformément continues sur l'axe réel. *Acta Mathematica*, t. LXXVII (1945), pp. 127-136.

[2] BOCHNER, S., *Vorlesungen über Fouriersche Integrale*. Leipzig Akad. Verlagsgesellschaft (1932).

[3] BOURBAKI, N., *Eléments de mathématique*, Livre III, Topologie générale (fasc. de résultats). *Actual. Scient. et Ind.*, n° 1196, Paris (1953).

[4] —— Ibid., Livre V, Espaces vectoriels topologiques. *Actual. Scient. et Ind.*, n°s 1189 et 1229, Paris (1953-1955).

[5] —— Ibid., Livre VI, Intégration. *Actual. Scient. et Ind.*, n° 1175, Paris (1952).

[6] CARLEMAN, T., *L'intégrale de Fourier et questions qui s'y rattachent.* Uppsala (1944).

[7] Cartan, H. et R. Godement, Théorie de la dualité et analyse harmonique dans les groupes abéliens. *Ann. Scient. E.N.S.*, t. LXIV (1947), pp. 77-99.

[8] Gelfand, I., Normierte Ringe. *Rec. Math. Moscou*, N.S. t. IX (1941), pp. 3-24.

[9] —— et M. Neumark, On the imbedding of normed rings into the ring of operators in Hilbert space. *Rec. Math. Moscou*, N. S. t. XII (1943), pp. 197-212.

[10] —— et D. A. Raïkov, Sur la théorie des caractères des groupes topologiques commutatifs. *C. R. Acad. Sci. U.R.S.S.*, t. XXV (1939), pp. 570-572.

[11] ——, D. A. Raïkov et G. J. Šilov, Anneaux normés commutatifs. *Uspekhi Mat. Nauk.*, N.S., t. II (1946), pp. 48-146.

[12] Godement, R., Les fonctions de type positif et la théorie des groupes. *Trans. Amer. Math. Soc.*, t. LXIII (1948), pp. 1-84.

[13] —— Théorèmes taubériens et théorie spectrale. *Ann. Scient. E.N.S.*, t. LXIV (1947), pp. 119-138.

[14] —— Sur la théorie des représentations unitaires. *Ann. of Math.*, t. LIII (1951), pp. 68-124.

[15] Helson, H., Spectral synthesis of bounded functions. *Ark. Mat.*, t. I (1951), pp. 497-502.

[16] Van Kampen, E. R., Locally bi-compact groups and their character groups. *Ann. of Math.*, t. XXXVII (1936), pp. 78-91.

[17] Kaplansky, I., Primary ideals in group algebras. *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.*, t. XXXV (1949), pp. 133-136.

[18] Krein, M., Sur une généralisation du théorème de Plancherel au cas des intégrales de Fourier sur les groupes topologiques commutatifs. *C. R. Acad. Sci. U.R.S.S.*, t. XXX (1941), pp. 484-488.

[19] Loomis, L. H., *An introduction to abstract harmonic analysis*. New York (1953).

[20] Mackey, G. W., The Laplace transform for locally compact groups. *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.*, t. XXXIV (1948), pp. 156-162.

[21] —— Functions on locally compact groups. *Bull. Amer. Math. Soc.*, t. LVI (1950), pp. 385-412.

[22] Mandelbrojt, S. et Agmon, S. Une généralisation du théorème taubérien de Wiener. *Acta Szeged*, t. XII (1950), pp. 167-176.

[23] Neumark, M., Involutive Algebren. *Uspekhi Mat. Nauk.*, t. III (1948), pp. 52-145 (= *Sowjetische Arbeiten zur Funktional-Analysis*, Berlin (1954), pp. 89-196).

[24] Pontrjagin, L., *Topological groups*. Princeton (1939).

[25] Raïkov, D. A., Fonctions de type positif sur les groupes commutatifs avec une mesure invariante. *C. R. Acad. Sci. U.R.S.S.*, t. XXVIII (1947), pp. 296-300.

[26] —— Analyse harmonique dans les groupes commutatifs avec la mesure de Haar et la théorie des caractères. *Publ. Inst. Math. Steklov*, t. XIV (1945), pp. 5-86 (= *Sowjetische Arbeiten zur Funktional-Analysis*, Berlin (1954), pp. 11-87).

[27] Reiter, H., Investigations in harmonic analysis. *Trans. Amer. Math. Soc.*, t. LXXIII (1952), pp. 401-427.

[28] Riss, J., Eléments de calcul différentiel et théorie des distributions dans les groupes abéliens localement compacts. *Acta Mathematica*, t. LXXXIX (1953), pp. 45-105.

[29] Schwartz, L., Théorie générale des fonctions moyenne-périodiques. *Ann. of Math.*, t. ILVIII (1947), pp. 857-929.

[30] Segal, I., The group algebra of a locally compact group. *Trans. Amer. Math. Soc.*, t. LXI (1947), pp. 69-105.

[31] Stone, H., A general theory of spectra. *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.*, t. XXVI (1940), pp. 280-283.

[32] —— On the foundations of harmonic analysis. *Meddlanden Lunds Univ. Mat. Sem.*, fasc. dédié à M. Riesz (1952), pp. 207-227.

[33] Weil, A., *L'intégration dans les groupes topologiques et ses applications. Actual. Scient. et Ind.*, n° 869, Paris (1940).

[34] Wiener, N., *The Fourier integral and certain of its applications.* Cambridge Univ. Press (1933).

[35] Zygmund, A., *Trigonometrical series. Monografje Mat.*, t. V, Varsovie (1935).