Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 1 (1955)
Heft: 1-2-3: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LES MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES DANS L'ANTIQUITÉ
Autor: van der Waerden, B. L.
Kapitel: 3. La projection stéréographique.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-31349

Il est étonnant que les Grecs aient regardés les rayons visuels qui partent de l'œil comme une réalité physique au même titre que les rayons lumineux. Nous tâtons pour ainsi dire les objets avec nos rayons visuels. Nous apercevons une chose lorsqu'un rayon visuel rencontre sur sa surface un rayon lumineux partant de la source de la lumière. Voir à ce sujet A. LEJEUNE, *Euclide et Ptolémée, deux stades de l'optique géométrique grecque*, Louvain, 1948.

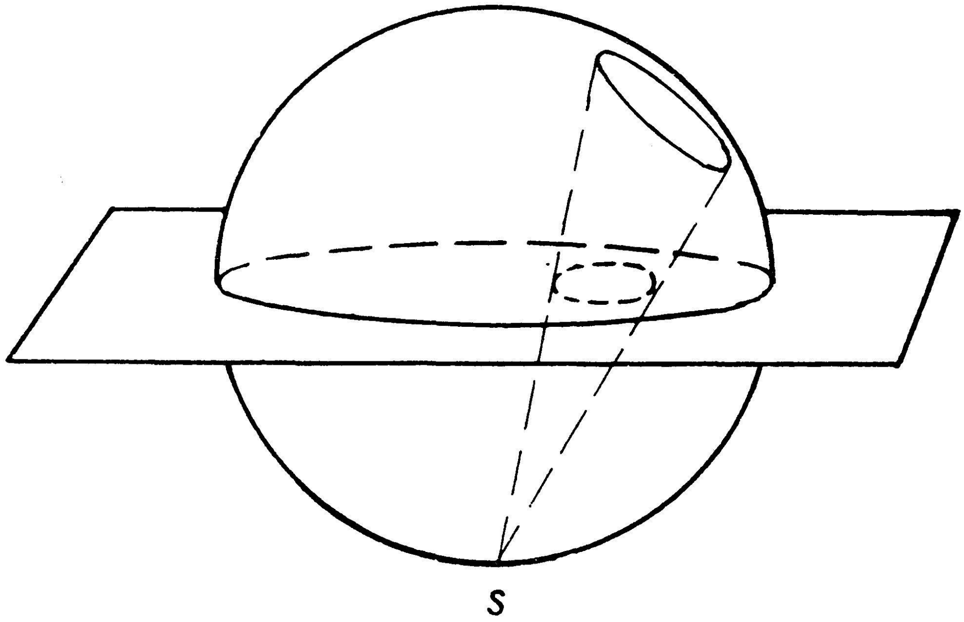

Fig. 2

Vitruve désigne du nom de skénographie la science de la perspective; il témoigne par là une fois de plus que l'origine de cette science est à chercher dans la peinture des décors de théâtre.

On a trouvé à Pompéi des peintures murales exécutées suivant les règles de la perspective. Les prolongements des droites qui paraissent s'éloigner convergent vers un point (tableau I). Ceux qui les ont peintes étaient des contemporains de Vitruve; leur manière de peindre perspective venait probablement de celle des scènes théâtrales grecques.

3. LA PROJECTION STÉRÉOGRAPHIQUE.

La projection stéréographique est une représentation de la surface d'une sphère dans le plan qui s'apparente à la perspective. C'est une projection centrale de la surface sphérique sur le plan équatorial à partir du pôle Sud S (fig. 2). La propriété principale de la projection stéréographique est: *la projection d'un cercle est un cercle.*

Cette proposition est aisée à démontrer en s'appuyant sur le théorème 5 du premier livre d'Apollonius sur les coniques, qui dit que certaines sections d'un cône circulaire oblique sont aussi des cercles. Pour formuler le plus simplement la condition de ce théorème, prenons comme plan du tableau (fig. 3) le plan

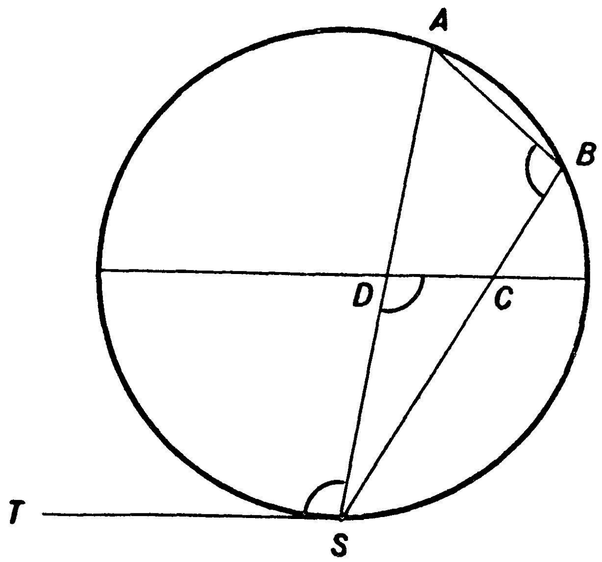

Fig. 3

de symétrie de la figure, c'est-à-dire le plan passant par les pôles Nord et Sud et le centre du cercle. Le plan du cercle donné coupe le plan du tableau suivant le diamètre AB. De même, le plan équatorial coupe le plan du tableau suivant CD. Ces deux plans sont perpendiculaires au plan du tableau. Le cercle de diamètre AB est projeté à partir de S suivant un cône circulaire oblique. Le théorème d'Apollonius dit alors: la section de ce cône par le plan CD est encore un cercle si les angles ABS et CDS sont égaux.

Dans notre cas, le cercle AB étant situé sur la sphère, la condition d'Apollonius est satisfaite. En effet, si on mène par le point S une tangente ST parallèle à CD, l'angle CDS est égal à l'angle DST qui est inscrit dans le même segment circulaire que l'angle ABS. Donc CDS = DST = ABS.

Il résulte donc du théorème d'Apollonius que la section du cône par le plan équatorial est un cercle, c'est-à-dire que la projection stéréographique d'un cercle est un cercle.

Le célèbre astronome Ptolémée traite de la méthode de la projection stéréographique dans son *Planisphaerium*, mais son prédécesseur Hipparque (130 av. J.-C.) en avait déjà parlé dans un traité qui a disparu.

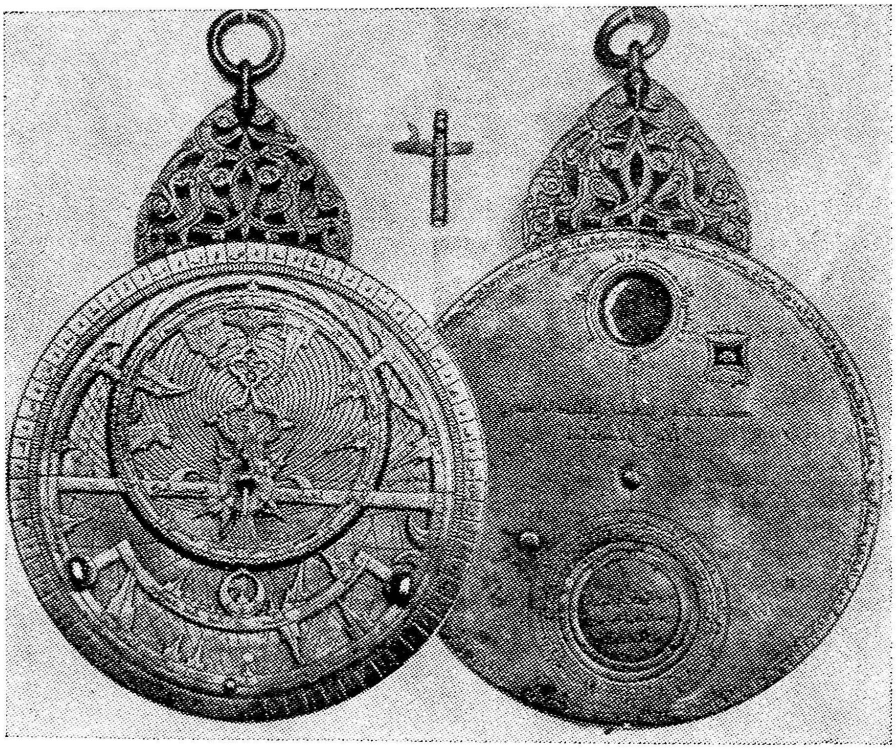

Tableau II

L'*astrolabe* est un instrument basé sur cette méthode de projection. Il était très répandu et apprécié au moyen âge, surtout dans le monde islamique. Le tableau II représente un astrolabe persan de l'année 1223, qui se trouve maintenant au Musée d'histoire des sciences à Oxford. L'anneau extérieur est divisé en 360 degrés. Un disque circulaire mobile, centré sur l'anneau extérieur et appelé araignée, porte des indications d'étoiles et un cercle excentrique représentant l'écliptique. L'araignée est la projection stéréographique de la sphère céleste. Sa rotation imite la rotation journalière (apparente) du ciel étoilé. Derrière l'araignée se trouve un disque sur lequel ces cercles sont gravés. L'arc de cercle qui partage la partie supérieure du disque représente l'horizon. Les cercles compris à l'intérieur de l'arc de l'horizon sont des cercles d'élévation parallèles à l'horizon indiquant des élévations de 3°, 6°, etc., en projection stéréographique. Le disque reste immobile lorsque l'araignée tourne. Si on la tourne à droite et si on suit la course d'un des indicateurs d'étoiles on voit d'abord l'étoile apparaître à l'horizon, puis culminer au méridien et enfin disparaître à l'horizon. Le disque est interchangeable afin que l'on puisse se servir de l'astrolabe pour d'autres latitudes.

L'astrolabe peut servir à déterminer le temps aussi bien pendant la nuit que de jour. Un dioptre se trouve en effet sur sa partie postérieure. Si on suspend verticalement l'instrument et qu'on vise une étoile ou le soleil à l'aide du dioptre, on peut déterminer leur élévation sur le cercle gradué. A cette élévation correspond un cercle d'élévation sur la partie frontale de l'instrument. Observe-t-on une étoile, on tourne l'araignée jusqu'à ce que l'indicateur de l'étoile se trouve exactement sur le cercle d'élévation. Observe-t-on le soleil, il faut d'abord connaître sa position sur l'écliptique au jour en question. Marquant cette position, on tourne le disque de manière qu'elle soit située sur l'horizon (lever du soleil), puis on continue à le tourner à droite jusqu'à ce qu'elle se trouve sur le cercle d'élévation. La différence des deux lectures sur le limbe donne le temps écoulé entre le lever du soleil et le moment de l'observation. On détermine de la même manière le temps écoulé entre le coucher du soleil et l'observation d'une étoile.

Le plus ancien astrolabe conservé jusqu'à nos jours est un instrument arabe datant de l'an 984 [1]. Mais Ptolémée mentionne déjà dans son *Planisphaerium* un appareil horoscopique avec une araignée et la tradition rapporte d'Hipparque qu'il n'avait inséré que 16 étoiles dans son astrolabe [2]. On peut remonter encore plus haut, car on trouve dans l'*Architectura* IX 8 de Vitruve l'indication suivante: « C'est Eudoxe qui a inventé l'araignée, mais d'après les dires de quelques-uns, ce serait Apollonius. » Cela est plausible si l'on admet qu'Eudoxe a inventé un instrument à forme sphérique muni d'une araignée et qu'Apollonius ait

---

[1] Voir T. G. GUENTHER, *The astrolabes of the world*, Oxford, 1932. Le tableau II provient de cette œuvre magnifique.

[2] O. NEUGEBAUER, The early history of the Astrolabe, *Isis*, 40 (1949), p. 240.

construit l'astrolabe plan en utilisant la projection stéréographique. Apollonius était un grand mathématicien et il connaissait le théorème sur les sections circulaires du cône oblique rappelé ci-dessus. S'il en est ainsi, on comprend que quelques-uns attribuent à Eudoxe et d'autres à Apollonius l'invention de l'araignée. Mais cela n'est qu'une hypothèse.

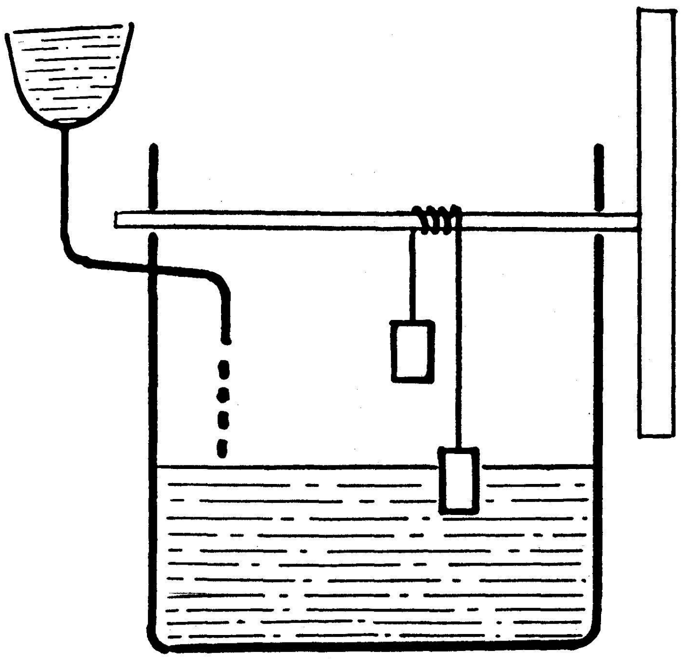

Fig. 4

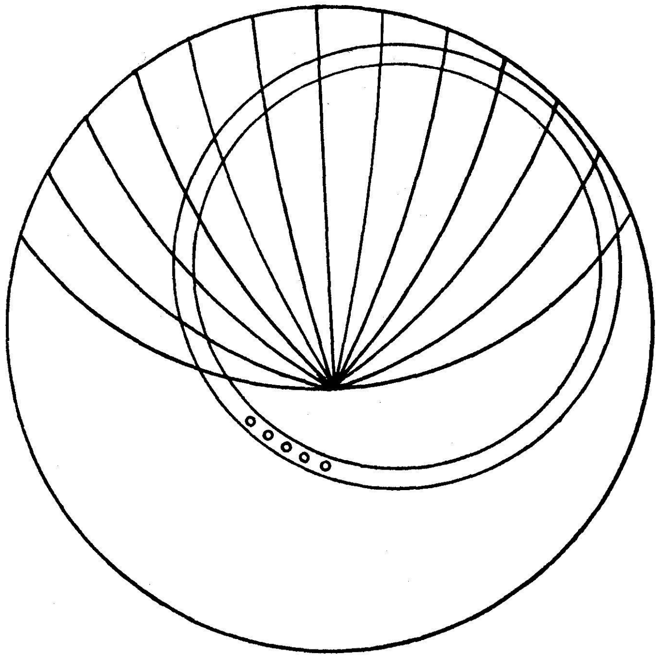

Fig. 5

4. Les horloges a eau.

Vitruve décrit une horloge à eau, basée elle aussi sur l'emploi de la projection stéréographique. Au lieu d'avoir des aiguilles tournantes comme en ont nos montres, cette horloge possède un disque tournant, monté sur un axe horizontal. Cet axe est mu par un cordon dont les extrémités sont attachées à un flotteur et à un contrepoids (fig. 4). D'un récipient constamment rempli d'eau jusqu'au bord débite un courant stationnaire dans un plus grand vase. Le niveau de l'eau s'élève dans ce vase et avec lui le flotteur; d'où un mouvement de rotation uniforme du disque.

Le ciel étoilé est reproduit stéréographiquement sur le disque. Le cercle excentrique de la figure 5 représente l'écliptique. Sur son limbe 365 ou 366 trous sont percés, un pour chaque jour de