Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 1 (1955)
Heft: 1-2-3: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LES MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES DANS L'ANTIQUITÉ
Autor: van der Waerden, B. L.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-31349

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 21.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

LES MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES DANS L'ANTIQUITÉ

Conférence donnée le 17 septembre 1954
dans la petite aula de l'Université de Helsinki

PAR

B. L. VAN DER WAERDEN, Zurich

---

1. LE TUNNEL DE SAMOS.

Nous ne savons malheureusement que très peu de choses sur les origines de la mathématique grecque. On raconte que Thalès l'a introduite de l'Egypte et que Pythagore l'a élevée au rang d'une science pure; mais nous ignorons quelle part de vérité cette tradition tardive contient. Le plus ancien fragment mathématique conservé est celui de la quadrature des lunules d'Hypocrate de Chios [1], qui a vécu plus d'un siècle après Thalès et Pythagore. Ce fragment témoigne que les mathématiques étaient déjà fort développées et qu'elles étaient en possession de définitions, de constructions et de démonstrations exactes. Il ne nous renseigne pas sur les origines. On pourrait toutefois espérer d'obtenir quelques renseignements sur l'état des mathématiques en observant l'architecture de l'époque. Le majestueux temple d'Ephèse était célèbre et regardé comme une des sept merveilles du monde. La construction d'un tel édifice n'exigeait-elle pas un calcul mathématique ?

Une pareille conclusion serait cependant imprudente. On peut, sans mathématique, ériger de grands et solides bâtiments.

---

[1] Voir F. RUDIO, *Der Bericht des Simplicius über die Quadraturen des Antiphon und des Hippokrates*, Leipzig, 1907.

La preuve en est donnée par les constructions romaines. Dans son ouvrage *De Architectura* Vitruve, architecte romain du temps d'Auguste, nous décrit la construction d'un portique; les mathématiques n'y jouent pas de rôle.

Il existe pourtant une construction qui nous donne quelques vues sur les mathématiques appliquées de l'antiquité. C'est l'aqueduc construit au travers du mont Kastro sur l'ordre du tyran Polycrate de Samos vers 530 av. J.-C. Hérodote le décrit comme suit au livre 3, chapitre 60, de ses *Histoires*.

« Je me suis étendu davantage sur le cas des Samiens, parce que c'est chez eux qu'ont été exécutés trois ouvrages les plus grands qu'il y ait chez tous les Grecs: dans une colline dont la hauteur atteint 150 orgyes, un tunnel qui commence au pied et a une ouverture sur chaque versant; la longueur en est de 7 stades, la hauteur et la largeur chacune de 8 pieds; d'un bout à l'autre du tunnel est creusé un autre canal profond de 20 coudées et large de 3 pieds, à travers lequel l'eau amenée par des tuyaux, est conduite jusqu'en ville, venant d'une grande fontaine; l'architecte de ce tunnel a été le Mégarien Eupalinos, fils de Naustrophos. »

Au cours des fouilles qu'ils effectuèrent en 1882 dans l'île de Samos, les archéologues allemands trouvèrent ce tunnel, tel qu'Hérodote l'avait décrit, d'un kilomètre de long et de 2 mètres de haut et de large. Un canal profond de 2 mètres à l'une de ses extrémités et de 8 mètres à l'autre, y était creusé. Il est fort probable que ce canal fut fait après coup, parce que la pente d'abord prévue s'était révélée insuffisante [1].

Mais, ce qui nous importe surtout est le fait que le tunnel fut percé à ses deux extrémités. Les deux galeries se rencontrent au milieu avec une erreur de moins de 10 mètres latéralement et de 3 mètres en hauteur.

Ce résultat est grandiose. Le roi de Judée Hiskia (environ 700 av. J.-C., donc 170 ans avant Eupalinos) avait aussi fait percer un aqueduc à travers un rocher non loin de Jérusalem. La distance des deux extrémités n'était que de 325 mètres, mais le tunnel fut percé en zigzag et sa longueur devint presque deux

---

[1] E. Fabricius, *Mitteilungen des deutschen archäol. Inst. Athen*, 9 (1884), S. 165.

fois plus longue [1]. La direction avait été contrôlée et corrigée à l'aide de trous percés du haut du rocher.

Le tunnel d'Eupalinos est rectiligne. Il a donc dû avoir le moyen de déterminer très exactement la direction des deux galeries. Quelle méthode a-t-il pu employer ?

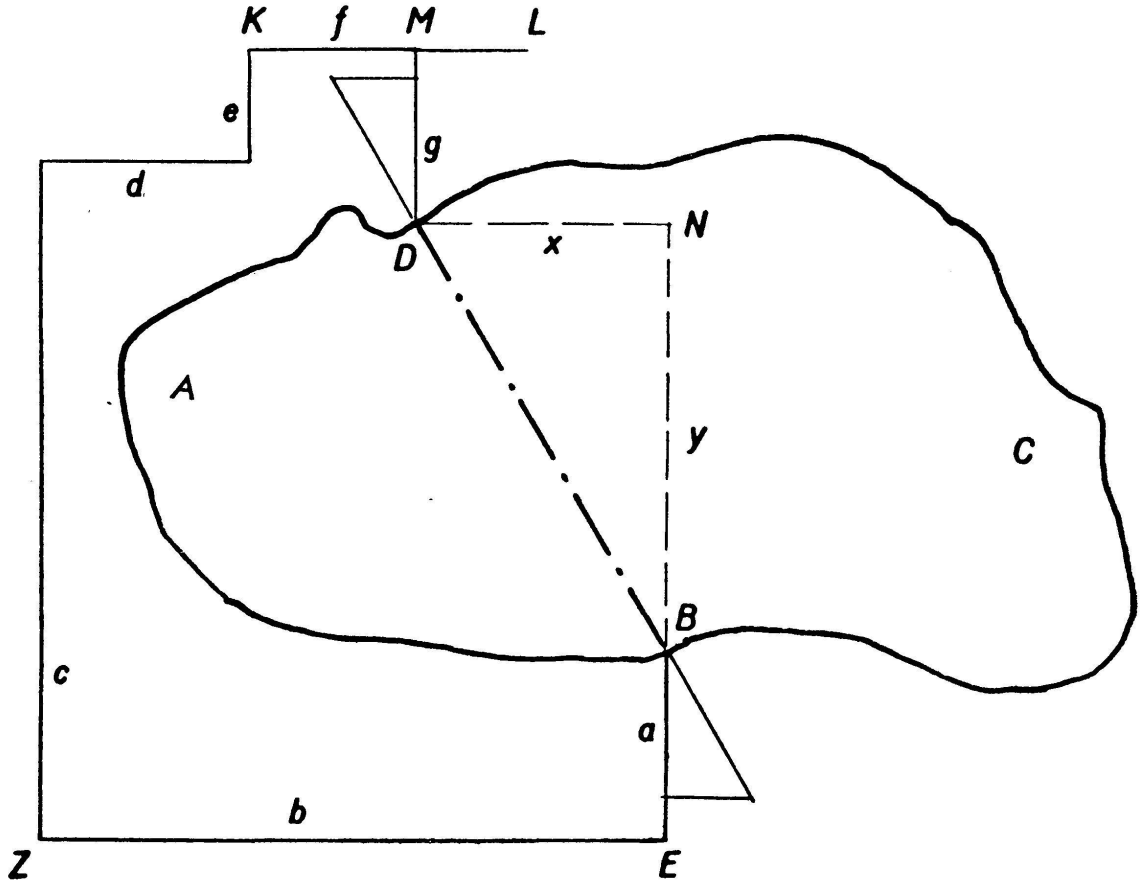

Fig. 1

Une méthode appropriée est donnée par Héron d'Alexandrie. Héron enseignait vers l'an 60 après J.-C. les mathématiques appliquées et la mécanique à Alexandrie [2]. Il décrit dans son livre *Dioptra* un instrument appelé dioptre, formé d'une colonne verticale portant un disque circulaire horizontal centré sur elle. Le disque peut tourner autour de son centre; deux plaques, percées de trous placés exactement à la même hauteur, sont montées sur lui. Cet instrument permet de mesurer les différences de hauteur: on déplace des jalons verticaux d'un endroit à un

[1] CONDER *The Siloam Tunnel*, Palestine Exploration Fund Quarterly Statement, 1882. Voir de même: 2 Chron., 32.30.

[2] Pour les dates voir O. NEUGEBAUER, *Kgl. Danske Vid. Selsk. Hist.-fil. Meddel*, 26, Nr. 2 (1938).

autre et on vise ces jalons à l'aide du dioptre, comme on le fait encore aujourd'hui. On peut aussi mesurer à l'aide du dioptre des angles dans le plan horizontal et en particulier reporter des angles droits.

Après avoir expliqué l'emploi du dioptre, Héron pose le problème suivant: « Percer dans une colline ABC un tunnel rectiligne dont les extrémités B et D sont données. » Pour le résoudre, il porte dans le plan à partir du point B un segment rectiligne arbitraire BE, il construit ensuite à l'aide du dioptre un second segment EZ perpendiculaire à BE et il continue ainsi, toujours à l'angle droit, jusqu'au segment KL. Il place ensuite le dioptre sur la droite KL au point M tel que l'extrémité D du tunnel soit vue à angle droit. Les segments a, b, c, d, e, f, g peuvent être mesurés dans le plan. Pour trouver la direction du tunnel, Héron prolonge en pensée EB à l'intérieur de la colline et mène la perpendiculaire DN à DM. Soient DN $= x$ et BN les côtés de l'angle droit du triangle rectangle BDN. Il est alors évident que

$$x = b - d - f$$
$$y = c + e - a - g$$

Le rapport des côtés de l'angle droit est donc connu. Soit, par exemple, ce rapport égal à 1 : 5, dit Héron. On construit alors sur BE et DM deux triangles rectangles ayant le même rapport des côtés de l'angle droit et on sait comment il faut percer. « Si on creuse le tunnel de cette manière, les ouvriers se rencontreront », dit Héron.

Il est possible qu'Eupalinos ait appliqué cette méthode. Pour la trouver, il fallait une idée géniale mais pour reconnaître son exactitude on n'a pas besoin d'avoir de grandes connaissances en géométrie: le bon sens suffit.

2. Perspective.

Lorsque vers 450 les tragédies d'Eschyle furent jouées à Athènes, un certain Agatharchos construisit pour les représentations des coulisses à effet perspectif. D'après Vitruve, il aurait écrit un traité sur ce sujet. « A sa suite Démocrite et Anaxagore

ont écrit sur la même chose, à savoir comment, ayant choisi un certain point comme centre, il faut faire correspondre les lignes dans le rapport naturel de la direction du regard et de l'extension des rayons, afin que certaines images peintes sur les coulisses simulent des bâtiments et que quelques parties dessinées sur les avant-plans paraissent plus éloignées et d'autres plus rapprochées. »

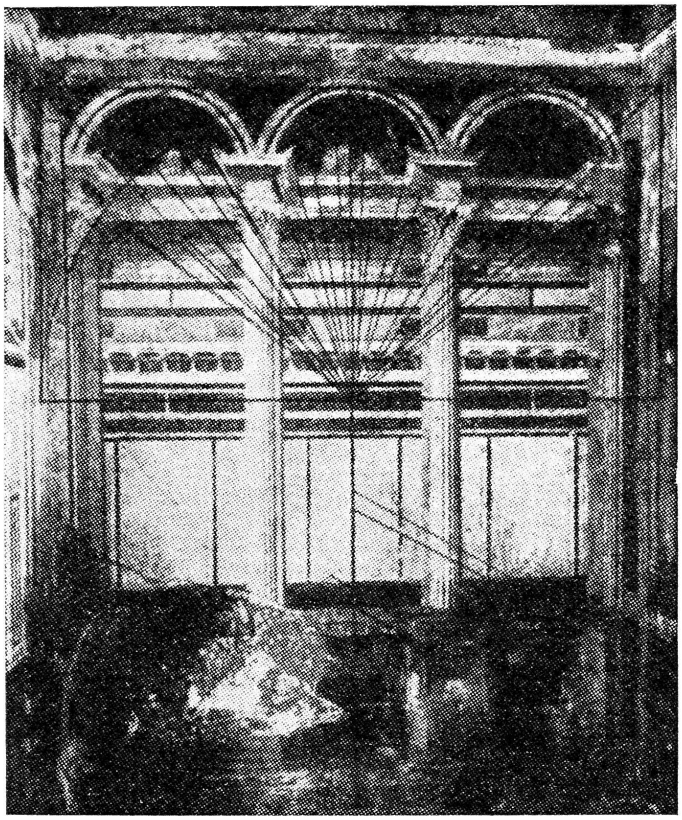

Tableau I

Des expressions comme « direction du regard » et « extension des rayons » dont Vitruve se sert se retrouvent dans les écrits grecs d'Euclide et de Ptolémée sur l'optique. Il y est question de rayons visuels qui vont de l'œil aux objets. Le « certain point qui est choisi comme centre » dont Vitruve parle est probablement la position de l'œil. Le traité d'Agatharchos contenait sans doute des règles pratiques sur la manière de réaliser la perspective sur les coulisses. D'autre part, il faut croire que Démocrite et Anaxagore, qui étaient des savants notoires, ne se sont pas contentés de connaître ces règles pratiques, mais qu'ils en ont donné une justification théorique basée sur les « rayons visuels » partant de l'œil.

Il est étonnant que les Grecs aient regardés les rayons visuels qui partent de l'œil comme une réalité physique au même titre que les rayons lumineux. Nous tâtons pour ainsi dire les objets avec nos rayons visuels. Nous apercevons une chose lorsqu'un rayon visuel rencontre sur sa surface un rayon lumineux partant de la source de la lumière. Voir à ce sujet A. LEJEUNE, *Euclide et Ptolémée, deux stades de l'optique géométrique grecque*, Louvain, 1948.

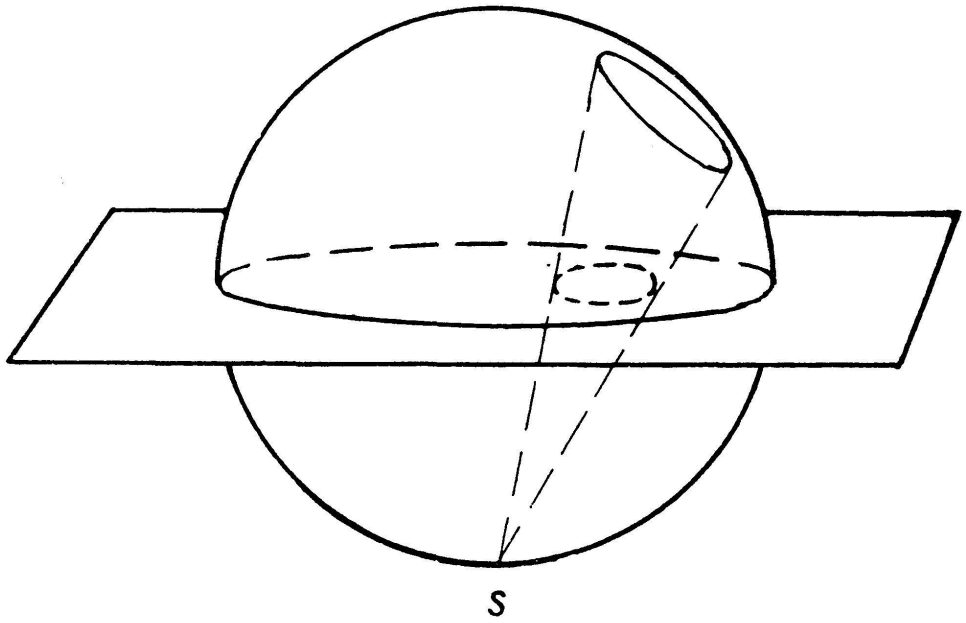

Fig. 2

Vitruve désigne du nom de skénographie la science de la perspective; il témoigne par là une fois de plus que l'origine de cette science est à chercher dans la peinture des décors de théâtre.

On a trouvé à Pompéi des peintures murales exécutées suivant les règles de la perspective. Les prolongements des droites qui paraissent s'éloigner convergent vers un point (tableau I). Ceux qui les ont peintes étaient des contemporains de Vitruve; leur manière de peindre perspective venait probablement de celle des scènes théâtrales grecques.

3. La projection stéréographique.

La projection stéréographique est une représentation de la surface d'une sphère dans le plan qui s'apparente à la perspec-

tive. C'est une projection centrale de la surface sphérique sur le plan équatorial à partir du pôle Sud S (fig. 2). La propriété principale de la projection stéréographique est: *la projection d'un cercle est un cercle.*

Cette proposition est aisée à démontrer en s'appuyant sur le théorème 5 du premier livre d'Apollonius sur les coniques, qui dit que certaines sections d'un cône circulaire oblique sont aussi des cercles. Pour formuler le plus simplement la condition de ce théorème, prenons comme plan du tableau (fig. 3) le plan

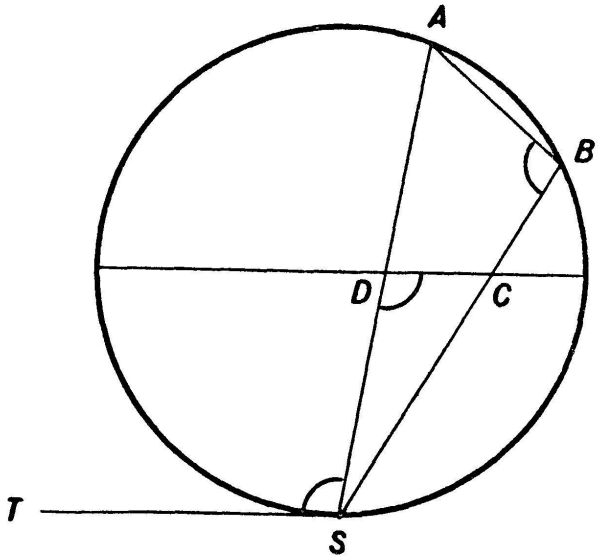

Fig. 3

de symétrie de la figure, c'est-à-dire le plan passant par les pôles Nord et Sud et le centre du cercle. Le plan du cercle donné coupe le plan du tableau suivant le diamètre AB. De même, le plan équatorial coupe le plan du tableau suivant CD. Ces deux plans sont perpendiculaires au plan du tableau. Le cercle de diamètre AB est projeté à partir de S suivant un cône circulaire oblique. Le théorème d'Apollonius dit alors: la section de ce cône par le plan CD est encore un cercle si les angles ABS et CDS sont égaux.

Dans notre cas, le cercle AB étant situé sur la sphère, la condition d'Apollonius est satisfaite. En effet, si on mène par le point S une tangente ST parallèle à CD, l'angle CDS est égal à l'angle DST qui est inscrit dans le même segment circulaire que l'angle ABS. Donc CDS = DST = ABS.

Il résulte donc du théorème d'Apollonius que la section du cône par le plan équatorial est un cercle, c'est-à-dire que la projection stéréographique d'un cercle est un cercle.

Le célèbre astronome Ptolémée traite de la méthode de la projection stéréographique dans son *Planisphaerium*, mais son prédécesseur Hipparque (130 av. J.-C.) en avait déjà parlé dans un traité qui a disparu.

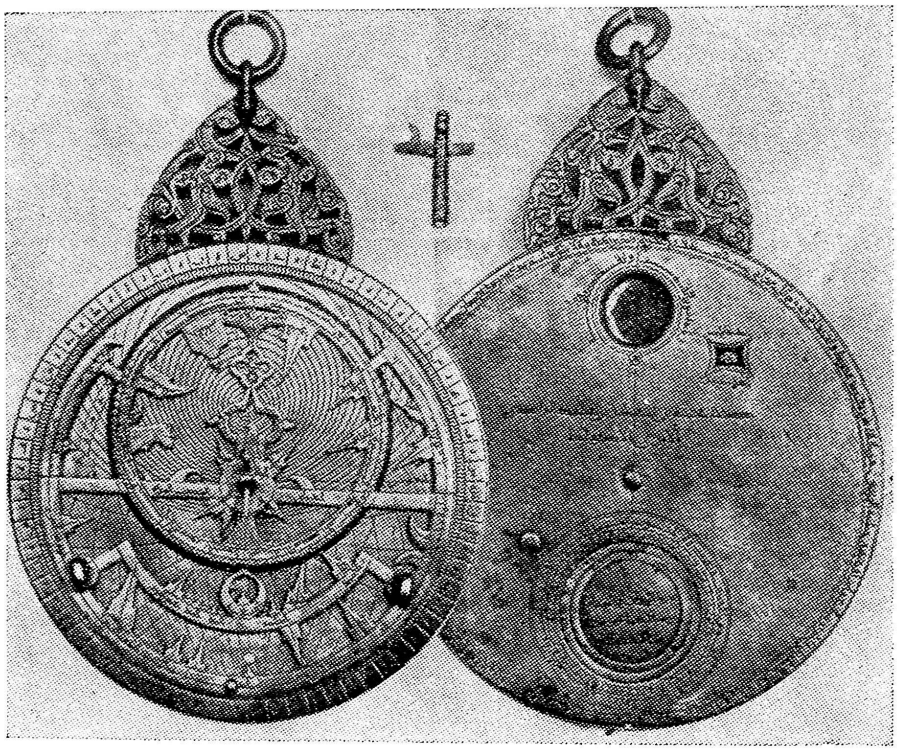

Tableau II

L'*astrolabe* est un instrument basé sur cette méthode de projection. Il était très répandu et apprécié au moyen âge, surtout dans le monde islamique. Le tableau II représente un astrolabe persan de l'année 1223, qui se trouve maintenant au Musée d'histoire des sciences à Oxford. L'anneau extérieur est divisé en 360 degrés. Un disque circulaire mobile, centré sur l'anneau extérieur et appelé araignée, porte des indications d'étoiles et un cercle excentrique représentant l'écliptique. L'araignée est la projection stéréographique de la sphère céleste. Sa rotation imite la rotation journalière (apparente) du ciel étoilé. Derrière l'araignée se trouve un disque sur lequel ces cercles sont gravés. L'arc de cercle qui partage la partie supérieure du disque représente l'horizon. Les cercles compris à l'intérieur de l'arc de

l'horizon sont des cercles d'élévation parallèles à l'horizon indiquant des élévations de 3°, 6°, etc., en projection stéréographique. Le disque reste immobile lorsque l'araignée tourne. Si on la tourne à droite et si on suit la course d'un des indicateurs d'étoiles on voit d'abord l'étoile apparaître à l'horizon, puis culminer au méridien et enfin disparaître à l'horizon. Le disque est interchangeable afin que l'on puisse se servir de l'astrolabe pour d'autres latitudes.

L'astrolabe peut servir à déterminer le temps aussi bien pendant la nuit que de jour. Un dioptre se trouve en effet sur sa partie postérieure. Si on suspend verticalement l'instrument et qu'on vise une étoile ou le soleil à l'aide du dioptre, on peut déterminer leur élévation sur le cercle gradué. A cette élévation correspond un cercle d'élévation sur la partie frontale de l'instrument. Observe-t-on une étoile, on tourne l'araignée jusqu'à ce que l'indicateur de l'étoile se trouve exactement sur le cercle d'élévation. Observe-t-on le soleil, il faut d'abord connaître sa position sur l'écliptique au jour en question. Marquant cette position, on tourne le disque de manière qu'elle soit située sur l'horizon (lever du soleil), puis on continue à le tourner à droite jusqu'à ce qu'elle se trouve sur le cercle d'élévation. La différence des deux lectures sur le limbe donne le temps écoulé entre le lever du soleil et le moment de l'observation. On détermine de la même manière le temps écoulé entre le coucher du soleil et l'observation d'une étoile.

Le plus ancien astrolabe conservé jusqu'à nos jours est un instrument arabe datant de l'an 984 [1]. Mais Ptolémée mentionne déjà dans son *Planisphaerium* un appareil horoscopique avec une araignée et la tradition rapporte d'Hipparque qu'il n'avait inséré que 16 étoiles dans son astrolabe [2]. On peut remonter encore plus haut, car on trouve dans l'*Architectura* IX 8 de Vitruve l'indication suivante: « C'est Eudoxe qui a inventé l'araignée, mais d'après les dires de quelques-uns, ce serait Apollonius. » Cela est plausible si l'on admet qu'Eudoxe a inventé un instrument à forme sphérique muni d'une araignée et qu'Apollonius ait

[1] Voir T. G. GUENTHER, *The astrolabes of the world*, Oxford, 1932. Le tableau II provient de cette œuvre magnifique.

[2] O. NEUGEBAUER, The early history of the Astrolabe, *Isis*, 40 (1949), p. 240.

construit l'astrolabe plan en utilisant la projection stéréographique. Apollonius était un grand mathématicien et il connaissait le théorème sur les sections circulaires du cône oblique rappelé ci-dessus. S'il en est ainsi, on comprend que quelques-uns attribuent à Eudoxe et d'autres à Apollonius l'invention de l'araignée. Mais cela n'est qu'une hypothèse.

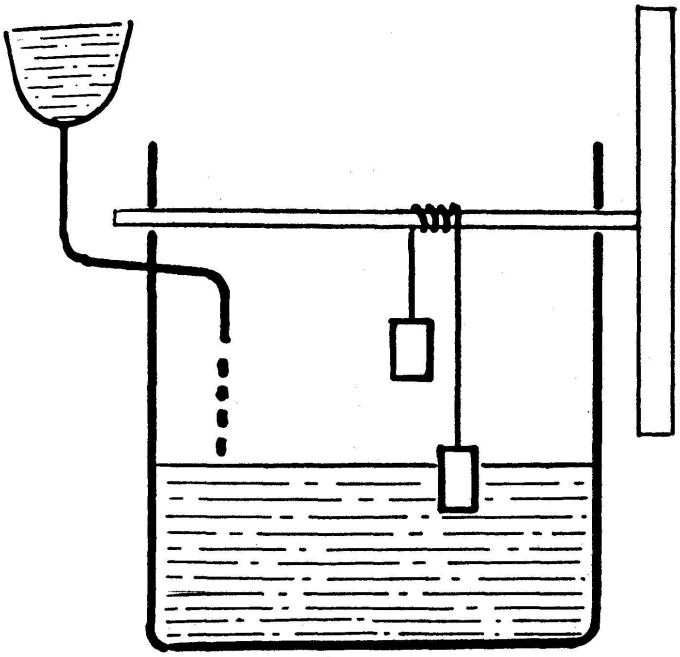

Fig. 4

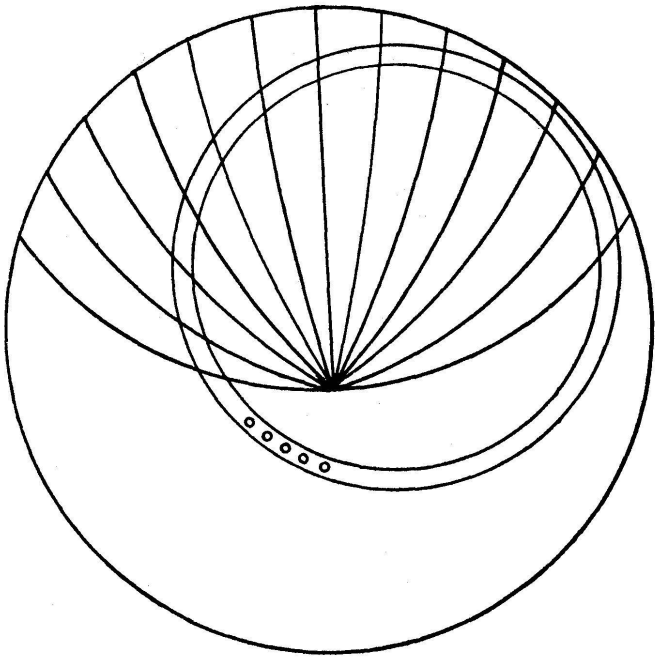

Fig. 5

4. Les horloges a eau.

Vitruve décrit une horloge à eau, basée elle aussi sur l'emploi de la projection stéréographique. Au lieu d'avoir des aiguilles tournantes comme en ont nos montres, cette horloge possède un disque tournant, monté sur un axe horizontal. Cet axe est mu par un cordon dont les extrémités sont attachées à un flotteur et à un contrepoids (fig. 4). D'un récipient constamment rempli d'eau jusqu'au bord débite un courant stationnaire dans un plus grand vase. Le niveau de l'eau s'élève dans ce vase et avec lui le flotteur; d'où un mouvement de rotation uniforme du disque.

Le ciel étoilé est reproduit stéréographiquement sur le disque. Le cercle excentrique de la figure 5 représente l'écliptique. Sur son limbe 365 ou 366 trous sont percés, un pour chaque jour de

l'année. Une cheville figurant le soleil est enfoncée chaque jour dans le trou correspondant. 183 trous suffisent si la cheville n'est enfoncée que chaque deuxième jour dans le trou suivant [1].

Le débit de l'eau est réglé de telle façon que le disque effectue un tour par jour stellaire. La rotation du disque correspond alors exactement au mouvement journalier de la sphère céleste et du soleil.

Un réseau formé d'un arc d'horizon et de 11 lignes horaires est placé devant le disque. La sixième ligne horaire est une droite (le méridien), la douzième est la partie droite de l'arc d'horizon, celle du coucher du soleil.

Les Grecs et les Romains divisaient le jour en 12 heures, depuis le lever jusqu'au coucher du soleil (de même la nuit). Les heures du jour étaient donc plus longues en été qu'en hiver. Cela obligeait de tenir compte de la marche du soleil et des saisons dans la construction des horloges. Leur construction eût été bien plus simple si toutes les heures avaient été égales: une aiguille unique et un seul cadran eussent suffit comme dans nos horloges. Toute la complication de la mesure du temps dans l'antiquité provient de l'inégalité des heures du jour et de la nuit.

On pouvait régler l'horloge à chaque lever ou coucher du soleil: il suffisait pour cela de placer le disque de la manière que la cheville figurant le soleil soit située exactement sur le cercle d'horizon. Au besoin, l'horloge pouvait être réglée à midi, en observant le passage du soleil par le méridien. L'horloge permettait de connaître l'heure au cours de la journée, même si le soleil était caché, ce qui n'est pas possible avec une horloge solaire.

L'horloge à eau n'existait pas seulement sur le papier dans le traité de Vitruve; elle existait aussi en réalité. On a trouvé un fragment du disque en bronze d'une telle horloge au cours des fouilles effectuées dans un camp militaire romain à Salzbourg (Autriche). Albert Rehm a reconstruit le disque à partir de ce fragment en se laissant guider par la description de Vitruve [2].

---

[1] A. Rehm, Zur Salzburger Bronzescheibe, *Jahreshefte österr. archäol. Inst. Wien*, 6 (1903), p. 41.

[2] La description de Vitruve manque de clarté. Albert Rehm a interprété le passage de Vitruve en se basant sur sa reconstruction du disque en bronze de Salzbourg (voir ci-dessous). La description que nous donnons ici repose sur celle de Rehm.

Le tableau III montre cette reconstruction à côté du fragment trouvé. Le diamètre du disque était de 2 mètres; l'horloge était probablement placée sur une place publique comme le sont les

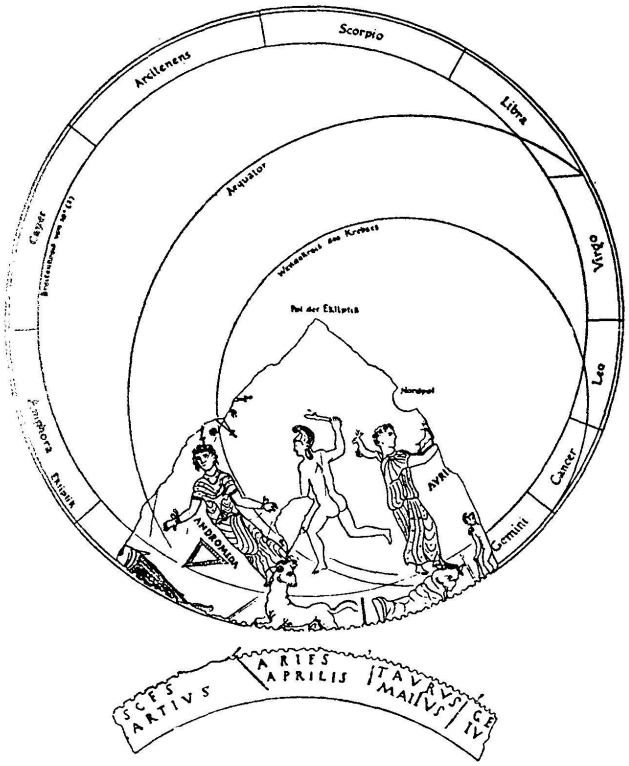

Tableau III

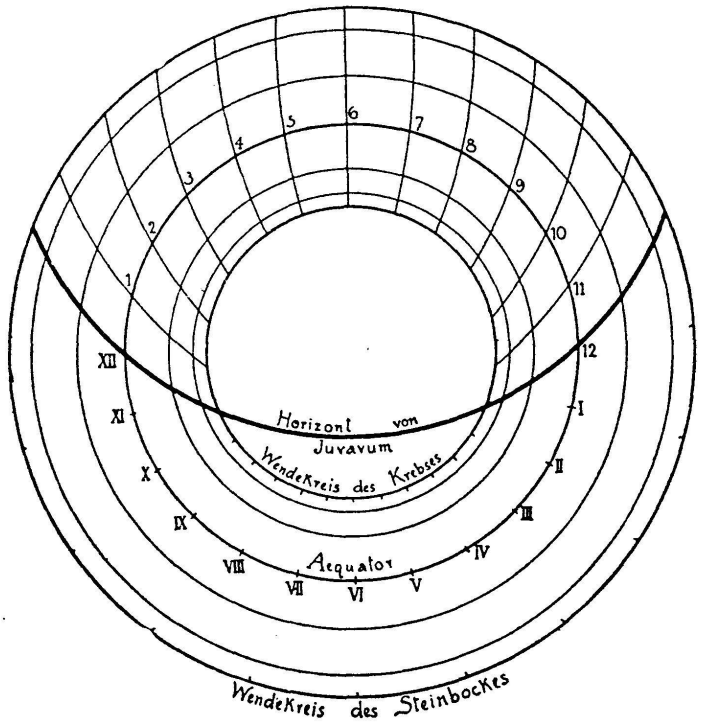

Tableau IV

tours à horloge. Le cercle de l'écliptique était divisé en 12 parties correspondant aux 12 signaux zodiacaux.

Le tableau IV montre le réseau servant à la lecture des heures, tel que Rehm l'a construit d'après les données de Vitruve. Les cercles concentriques représentent l'équateur et quelques parallèles sur lesquels le soleil se meut aux différentes saisons. Sur chaque parallèle l'arc d'horizon est divisé en 12 parties égales. Les lignes horaires joignent les points de division.