

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 38 (1939-1940)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** LA GÉOMÉTRIE SENSIBLE  
**Autor:** Hjelmslev, Johannes  
**Kapitel:** V. — Trigonométrie.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-515790>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 15.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## V. — TRIGONOMÉTRIE.

35. — Nous appelons *angle orienté* un système de deux droites orientées, nommées dans un ordre déterminé. Si les vecteurs unité correspondants sont  $a$  et  $b$ , l'angle est désigné par  $(a, b)$ . Par extension naturelle des définitions élémentaires nous définissons cosinus et sinus ainsi

$$\cos (a, b) = a \cdot b , \quad (1)$$

$$\sin (a, b) = \widehat{ab} . \quad (2)$$

Comme tout déplacement direct (rotation et translation) laisse  $ab$  et  $\widehat{ab}$  invariables, l'on voit que les angles directement congruents ont le même cosinus et sinus.

La somme de deux angles  $(a, b)$  et  $(b, c)$  se définit par l'angle  $(a, c)$ . L'angle  $(a, a)$ , (ou l'angle formé par deux droites parallèles de même orientation) est désigné aussi par 0 de sorte que  $\cos 0 = 1$ ,  $\sin 0 = 0$ . On pose l'angle  $(b, a) = -(a, b)$  puisque  $(b, a) + (a, b) = 0$ , et il en résulte que  $\cos (-u) = \cos u$ ,  $\sin (-u) = -\sin u$ . L'on pose encore l'angle  $(a, a)$  égal à R (ou traditionnellement  $90^\circ$ ) ce qui entraîne  $\cos R = 0$ ,  $\sin R = 1$ . L'angle  $(a, -a)$  est, par conséquent, égal à  $2R$  (ou  $180^\circ$ ) et  $\cos 2R = -1$ ,  $\sin 2R = 0$ .

D'ailleurs, par ceci, on n'a nullement introduit une méthode générale pour mesurer les angles.

36. — Si l'on introduit les coordonnées dans les relations (1) et (2) l'on a

$$\cos (a, b) = a_1 b_1 + a_2 b_2 ,$$

$$\sin (a, b) = a_1 b_2 - a_2 b_1 ,$$

d'où résultent directement les relations

$$\cos (u - v) = \cos u \cos v + \sin u \sin v ,$$

$$\sin (u - v) = \sin u \cos v - \cos u \sin v ,$$

qui fournissent toutes les formules habituelles goniométriques.

37. — Pour un triangle quelconque ABC l'on a

$$\overline{BC} + \overline{CA} + \overline{AB} = 0 \quad (3)$$

et cette formule contient toute la trigonométrie.

Nous supposons que ABC détermine le sens rotatif positif dans le plan, et désignons par  $a$ ,  $b$  et  $c$  les côtés du triangle — c'est-à-dire les longueurs des vecteurs  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CA}$ ,  $\overline{AB}$  — et par  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  les angles du triangle,  $\alpha$  étant l'angle du vecteur  $\overline{AB}$  au vecteur  $\overline{AC}$ ,  $\beta$  de  $\overline{BC}$  à  $\overline{BA}$ ,  $\gamma$  de  $\overline{CA}$  à  $\overline{CB}$ . Ceci posé l'on peut déduire toutes les relations trigonométriques habituelles de (3).

En multipliant par  $\overline{\triangle}$  l'on obtient, en effet,

$$ab \sin \gamma = ac \sin \beta$$

ou

$$\frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} ;$$

en élevant (3) au carré après avoir isolé  $\overline{BC}$  l'on obtient

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 bc \cdot \cos \alpha .$$

## VI. — LE PLAN ARITHMÉTIQUE.

38. — Les recherches précédentes ne visent immédiatement que la géométrie du réseau quadrillé telle qu'elle se présente dans un plan à dessiner au réseau millimétrique, limité par un carré dont le côté est égal à mettons 50 cm. Chaque point est déterminé par deux nombres, d'abord des nombres entiers, ensuite — quand l'exigent les problèmes à résoudre — des nombres fractionnaires; ceux-ci sont ou bien appliqués directement à un réseau quadrillé plus fin ou bien remplacés par des nombres approximatifs appropriés; en dernier lieu aussi quelques nombres irrationnels interprétés de façon correspondante. Mais tous ces nombres sont limités, et — dans l'exemple présent — situés entre + 250 et — 250.

Les lignes droites sont représentées par des équations de premier degré. On trouve le point d'intersection de deux droites