

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 38 (1939-1940)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Kapitel:** Sur les triangles inscrits dans un triangle donné.

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 04.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

---

### Sur les triangles inscrits dans un triangle donné.

*A propos d'un article de M. E. Feldheim.*

Dans *L'Enseignement mathématique* (t. 37, 329-335, 1938), M. E. FELDHEIM a considéré quelques problèmes sur les triangles inscrits dans un triangle donné. Voici quelques remarques au sujet de cet article.

I. — L'auteur a énoncé (p. 332) le théorème suivant: Prenons deux triangles  $ABC$  et  $A'B'C'$  et construisons les triangles  $DEF$  et  $D'E'F'$ , circonscrits respectivement à  $ABC$  et  $A'B'C'$ , et tels que les côtés de  $DEF$  ( $D'E'F'$ ) soient parallèles aux côtés respectifs de  $A'B'C'$  ( $ABC$ ). Si nous désignons par  $t, t', T, T'$  les aires de  $ABC, A'B'C', DEF, D'E'F'$ , on a la relation  $\frac{t}{t'} = \frac{T}{T'}$ .

M. FELDHEIM en donne une démonstration basée sur un calcul trigonométrique. Mais le théorème ne contient que des notions de *Géométrie affine*; il doit donc pouvoir être démontré sans l'emploi d'une méthode métrique.

En effet, considérons un triangle  $A''B''C''$ , circonscrit à  $DEF$  et dont les côtés sont parallèles aux côtés respectifs de  $ABC$ . L'homothétie des figures  $A'B'C', D'E'F'$  et  $DEF, A''B''C''$  entraîne que  $\frac{t'}{T'} = \frac{T}{t''}$ , où  $t''$  est l'aire du triangle  $A''B''C''$ . Il faut encore démontrer la relation  $T^2 = tt''$ , mais c'est précisément le cas spécial que M. FELDHEIM a considéré au commencement de son article et dont la démonstration peut être modifiée facilement en n'ayant recours qu'à des notions affines.

II. — M. FELDHEIM présente quelques remarques sur la généralisation du problème à des polygones. Si  $A_0B_0C_0D_0$  est un quadrilatère dont l'aire est  $t_0$ ,  $A_1B_1C_1D_1$  un quadrilatère inscrit à  $A_0B_0C_0D_0$ ,  $A'B'C'D'$  un quadrilatère circonscrit à  $A_0B_0C_0D_0$  et dont les côtés sont parallèles à ceux de  $A_1B_1C_1D_1$ ,  $t_1$  et  $t'$  les aires de  $A_1B_1C_1D_1$  et de  $A'B'C'D'$ , dans le cas où  $A_1B_1C_1D_1$  et  $A'B'C'D'$  sont sem-

blables, on a encore la relation  $t^2 = t_1 t'$ . Nous remarquons que si  $V_0$  est un polygone d'aire  $t_0$ ,  $V_1$  un polygone d'aire  $t_1$ , inscrit à  $V_0$ ,  $V_2$  un polygone d'aire  $t_2$  circonscrit à  $V_0$  et dont les côtés sont parallèles à ceux de  $V_1$ , la quantité  $t_0$  n'est pas autre chose que l'aire mixte des deux polygones « parallèles »  $V_1$  et  $V_2$ , notion introduite par MINKOWSKI<sup>1</sup> et de grande importance pour la théorie des « *Eikurven* ». Il existe la relation fondamentale  $t_0^2 \geq t_1 t_2$  et on n'a le signe d'égalité que dans le cas où  $V_1$  et  $V_2$  sont homothétiques.

Si  $A_1 B_1 C_1 D_1$  et  $A' B' C' D'$  sont des parallélogrammes des côtés  $a_1, b_1$  et  $a', b'$  et de l'angle  $\alpha$ , l'auteur démontre

$$4t_0^2 = (a' b_1 - a_1 b')^2 \sin^2 \alpha + 4t_1 t'$$

et pour ce cas très spécial on peut facilement vérifier le théorème de MINKOWSKI.

III. — L'auteur donne le théorème suivant: Si  $A_0 B_0 C_0 D_0$ ,  $A_1 B_1 C_1 D_1$  et  $A' B' C' D'$  sont des parallélogrammes, la relation  $t_0^2 = t_1 t'$  n'est satisfaite que si ces parallélogrammes sont des carrés. Il est clair que ce théorème ne peut pas être juste, parce qu'il s'agit d'un théorème de géométrie affine et le carré est une figure non-invariante pour les transformations du groupe des affinités. Dans sa démonstration M. FELDHEIM a supposé que l'équation qu'il a obtenue p. 335 est une identité et cela n'est pas exact.

Si l'on prend un parallélogramme *quelconque*  $A' B' C' D'$ , un parallélogramme inscrit  $A_0 B_0 C_0 D_0$  de sorte que

$$\frac{A' D_0}{D_0 B'} = \frac{B' A_0}{A_0 C'} = \frac{C' B_0}{B_0 D'} = \frac{D' C_0}{C_0 A'} = a \quad (0 < a < 1)$$

et enfin un parallélogramme  $A_1 B_1 C_1 D_1$  inscrit à  $A_0 B_0 C_0 D_0$  de sorte que

$$\frac{C_0 A_1}{A_1 D_0} = \frac{D_0 B_1}{B_1 A_0} = \frac{A_0 C_1}{C_1 B_0} = \frac{B_0 D_1}{D_1 C_0} = 1 - a,$$

les parallélogrammes  $A' B' C' D'$  et  $A_1 B_1 C_1 D_1$  ont les côtés parallèles et on a  $t_0^2 = t_1 t'$ .

Deventer, Pays-Bas.

O. BOTTEMA.

<sup>1</sup> Volumen und Oberfläche, *Math. Annalen*, B. 57, 1903.