

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 38 (1939-1940)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Kapitel: Sur les triangles inscrits dans un triangle donné.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 18.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

Sur les triangles inscrits dans un triangle donné.

A propos d'un article de M. E. Feldheim.

Dans *L'Enseignement mathématique* (t. 37, 329-335, 1938), M. E. FELDHEIM a considéré quelques problèmes sur les triangles inscrits dans un triangle donné. Voici quelques remarques au sujet de cet article.

I. — L'auteur a énoncé (p. 332) le théorème suivant: Prenons deux triangles ABC et A'B'C' et construisons les triangles DEF et D'E'F', circonscrits respectivement à ABC et A'B'C', et tels que les côtés de DEF (D'E'F') soient parallèles aux côtés respectifs de A'B'C' (ABC). Si nous désignons par t , t' , T , T' les aires de ABC, A'B'C', DEF, D'E'F', on a la relation $\frac{t}{t'} = \frac{T}{T'}$.

M. FELDHEIM en donne une démonstration basée sur un calcul trigonométrique. Mais le théorème ne contient que des notions de *Géométrie affine*; il doit donc pouvoir être démontré sans l'emploi d'une méthode métrique.

En effet, considérons un triangle A''B''C'', circonscrit à DEF et dont les côtés sont parallèles aux côtés respectifs de ABC. L'homothétie des figures A'B'C', D'E'F' et DEF, A''B''C'' entraîne que $\frac{t'}{T'} = \frac{T}{t''}$, où t'' est l'aire du triangle A''B''C''. Il faut encore démontrer la relation $T^2 = tt''$, mais c'est précisément le cas spécial que M. FELDHEIM a considéré au commencement de son article et dont la démonstration peut être modifiée facilement en n'ayant recours qu'à des notions affines.

II. — M. FELDHEIM présente quelques remarques sur la généralisation du problème à des polygones. Si $A_0 B_0 C_0 D_0$ est un quadrilatère dont l'aire est t_0 , $A_1 B_1 C_1 D_1$ un quadrilatère inscrit à $A_0 B_0 C_0 D_0$, $A'B'C'D'$ un quadrilatère circonscrit à $A_0 B_0 C_0 D_0$ et dont les côtés sont parallèles à ceux de $A_1 B_1 C_1 D_1$, t_1 et t' les aires de $A_1 B_1 C_1 D_1$ et de $A'B'C'D'$, dans le cas où $A_1 B_1 C_1 D_1$ et $A'B'C'D'$ sont sem-

blables, on a encore la relation $t^2 = t_1 t'$. Nous remarquons que si V_0 est un polygone d'aire t_0 , V_1 un polygone d'aire t_1 , inscrit à V_0 , V_2 un polygone d'aire t_2 circonscrit à V_0 et dont les côtés sont parallèles à ceux de V_1 , la quantité t_0 n'est pas autre chose que l'*aire mixte* des deux polygones « parallèles » V_1 et V_2 , notion introduite par MINKOWSKI¹ et de grande importance pour la théorie des « *Eikurven* ». Il existe la relation fondamentale $t_0^2 \geq t_1 t_2$ et on n'a le signe d'égalité que dans le cas où V_1 et V_2 sont homothétiques.

Si $A_1 B_1 C_1 D_1$ et $A' B' C' D'$ sont des parallélogrammes des côtés a_1, b_1 et a', b' et de l'angle α , l'auteur démontre

$$4t_0^2 = (a' b_1 - a_1 b')^2 \sin^2 \alpha + 4t_1 t'$$

et pour ce cas très spécial on peut facilement vérifier le théorème de MINKOWSKI.

III. — L'auteur donne le théorème suivant : Si $A_0 B_0 C_0 D_0$, $A_1 B_1 C_1 D_1$ et $A' B' C' D'$ sont des parallélogrammes, la relation $t_0^2 = t_1 t'$ n'est satisfaite que si ces parallélogrammes sont des carrés. Il est clair que ce théorème ne peut pas être juste, parce qu'il s'agit d'un théorème de géométrie affine et le carré est une figure non-invariante pour les transformations du groupe des affinités. Dans sa démonstration M. FELDHEIM a supposé que l'équation qu'il a obtenue p. 335 est une identité et cela n'est pas exact.

Si l'on prend un paralléogramme *quelconque* $A' B' C' D'$, un paralléogramme inscrit $A_0 B_0 C_0 D_0$ de sorte que

$$\frac{A' D_0}{D_0 B'} = \frac{B' A_0}{A_0 C'} = \frac{C' B_0}{B_0 D'} = \frac{D' C_0}{C_0 A'} = a \quad (0 < a < 1)$$

et enfin un paralléogramme $A_1 B_1 C_1 D_1$ inscrit à $A_0 B_0 C_0 D_0$ de sorte que

$$\frac{C_0 A_1}{A_1 D_0} = \frac{D_0 B_1}{B_1 A_0} = \frac{A_0 C_1}{C_1 B_0} = \frac{B_0 D_1}{D_1 C_0} = 1 - a ,$$

les paralléogrammes $A' B' C' D'$ et $A_1 B_1 C_1 D_1$ ont les côtés parallèles et on a $t_0^2 = t_1 t'$.

Deventer, Pays-Bas.

O. BOTTEMA.

¹ Volumen und Oberfläche, *Math. Annalen*, B. 57, 1903.