

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 37 (1938)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** SUR LES CUBIQUES D'EDOUARD LUCAS  
**Autor:** Turrière, E.  
**Kapitel:** Intersection des cubiques.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-28591>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 27.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Les résultats précédents introduisent des triangles  $C_0, C_1, C_2$ , dont les sommets sont les centres de coniques conjuguée, circonscrite, inscrite à axes parallèles. Ces triangles dépendent de quatre paramètres arbitraires, par rapport au triangle fondamental. Lorsque l'un des sommets est imposé, les deux autres ont pour lieux des coniques. Leur étude ne me paraît pas avoir été faite.

INTERSECTION DES CUBIQUES.

17. — Les 9 points d'intersection des cubiques II et III sont

$$A \quad B \quad C \quad O \quad H \quad I \quad I' \quad I'' \quad I''' .$$

Les cubiques I et III se touchent en G; les 7 autres points d'intersection sont: A B C H et les points à l'infini des trois hauteurs.

Les cubiques I et II ont en commun

$$A \quad B \quad C \quad H \quad H_1 ;$$

l'équation de la première cubique

$$\left\| \begin{array}{ccc} \alpha & \xi & \frac{1}{\xi} \end{array} \right\| = 0 ,$$

conduit à poser

$$\alpha = \lambda \xi + \frac{\mu}{\xi} .$$

En supposant que  $\xi, \eta, \zeta$  soient racines de l'équation cubique

$$\xi^3 - S\xi^2 + Q\xi - P = 0 ,$$

l'identité  $\Sigma \alpha\beta = 1$  donne tout d'abord :

$$\lambda^2 Q + \lambda \mu \cdot \frac{QS - 3P}{P} + \frac{S}{P} \mu^2 = 1 .$$

Les indéterminées  $\lambda$  et  $\mu$  vérifient en outre la condition provenant de l'équation de la seconde cubique:

$$\left\| \begin{array}{ccc} 2\beta\gamma - 1 & \xi & \frac{\beta + \gamma}{\xi} \end{array} \right\| = 0 .$$

En y substituant les expressions ci-dessus prises pour  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  cette seconde condition devient, après suppression d'un facteur  $\lambda$  supposé non nul:

$$2(\lambda P - S\mu)^2 = S \cdot P \left[ 1 + 2\lambda\mu \left( 1 - \frac{QS}{P} \right) \right].$$

L'élimination de la variable d'homogénéité entre les deux conditions qui lient  $\mu$  à  $\lambda$  donne:

$$\mu^2 S^2 + \lambda\mu S(QS - 3P) + \lambda^2 P(2P - QS) = 0,$$

c'est-à-dire par décomposition

$$(\mu S - P\lambda) \cdot [\mu S + (QS - 2P)\lambda] = 0.$$

A la solution

$$\frac{P}{\mu} = \frac{S}{\lambda}$$

correspond

$$\alpha = \xi S + \frac{P}{\xi} = (\xi + \eta)(\xi + \zeta); \text{ etc.},$$

donc:

$$\alpha(\eta + \zeta) = \beta(\zeta + \xi) = \gamma(\xi + \eta);$$

c'est le point  $H_1$  de coordonnées absolues  $\xi = 1 - 2\beta\gamma$ , etc.

18. — A la solution

$$\frac{\lambda}{S} = \frac{\mu}{2P - QS} = \rho$$

correspond

$$\frac{\alpha}{\rho} = S\xi + \frac{2P - QS}{\xi} = \xi^2 - (\eta^2 + \eta\zeta + \zeta^2) - \frac{\eta\zeta}{\xi}(\eta + \zeta),$$

$$\alpha \frac{\xi}{\rho} = (\xi + \eta)(\xi + \zeta)(\xi - \eta - \zeta);$$

si les coordonnées sont absolues, posons:

$$\frac{\alpha\xi(1-\xi)}{1-2\xi} = \frac{\beta\eta(1-\eta)}{1-2\eta} = \frac{\gamma\zeta(1-\zeta)}{1-2\zeta} = \frac{1}{2}pz$$

$z$  étant une inconnue auxiliaire, avec :

$$\alpha + \beta + \gamma = s \quad \Sigma \alpha \beta = 1 \quad \alpha \beta \gamma = p .$$

D'où

$$\alpha \xi^2 - \alpha \xi - \frac{1}{2} p z (2 \xi - 1) = 0$$

et par suite :

$$2 \xi = 1 + \beta \gamma z + \varepsilon \sqrt{1 + \beta^2 \gamma^2 z^2} , \text{ etc.}$$

L'inconnue  $z$  est donc racine de l'équation

$$0 = 1 + z + \Sigma \varepsilon \sqrt{1 + \beta^2 \gamma^2 z^2} ,$$

provenant de la condition

$$\xi + \eta + \zeta = 1 .$$

L'élimination des radicaux conduit à une équation admettant la racine triple  $z = 0$  et quatre autres racines, solutions de l'équation du quatrième degré suivante :

$$2 p^3 (p - s) z^4 + p^2 (p^2 - 2 p s - 1) z^3 + p (s - 2 p) z^2 + \left( p s + \frac{3}{4} \right) z + 1 = 0 .$$

C'est de cette équation du quatrième degré que dépendent les quatre points, autres que A B C H H<sub>1</sub>, d'intersections des cubiques I et II.