

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 37 (1938)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** SUR LES CUBIQUES D'EDOUARD LUCAS  
**Autor:** Turrière, E.  
**Kapitel:** LA TROISIÈME CUBIQUE.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-28591>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 19.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Cette transformation est réciproque et laisse invariante l'équation de la *troisième cubique de Lucas*, qui étant le lieu de  $\Pi$ , est aussi le lieu du centre de la conique circonscrite. Le lieu du pied de la quatrième normale issue du point de concours  $Q$  comprend les côtés, le cercle circonscrit du triangle  $ABC$  et une courbe du septième degré<sup>1</sup>.

### LA TROISIÈME CUBIQUE.

13. — La cubique  $\sum \frac{x}{a}(y^2 - z^2) = 0$ ,

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{a} & \frac{1}{b} & \frac{1}{c} \\ x & y & z \\ \frac{1}{x} & \frac{1}{y} & \frac{1}{z} \end{vmatrix} = 0 ,$$

est une cubique invariante dans la transformation isogonale, lieu de points homologues constamment alignés avec le centre de gravité  $G$ .

La condition de trois points étant

$$u_1 + u_2 + u_3 = \varphi ,$$

voici quelques points de la courbe:

*1<sup>er</sup> groupe:* Points où la tangente passe par le point de Lemoine  $K(\varphi)$

$A$	$B$	$C$	$G$
$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$0$ .

*2<sup>me</sup> groupe:* Points où la tangente passe par  $G$ :

$I$	$I'$	$I''$	$I'''$
$\frac{\varphi}{2}$	$\frac{\varphi}{2} + \omega_1$	$\frac{\varphi}{2} + \omega_2$	$\frac{\varphi}{2} + \omega_3$ .

<sup>1</sup> G. DARBOUX, *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 2<sup>me</sup> série, 1866, t. V, p. 95 et 1867; t. VI, p. 510-515 (question 752). Voir aussi 1865, IV, p. 420.

A. HAARBLEICHER, *De l'emploi des droites isotropes comme axes de coordonnées*, Paris, Gauthier-Villars, éditeur, 1931, une brochure de 79 pages (la courbe du 7<sup>me</sup> degré est construite et étudiée aux pages 61 et suivantes).

3<sup>me</sup> groupe: Points où la tangente passe par O:

$$\begin{array}{cccc} A' & B' & C' & K \\ \varrho + \omega_1 & \varrho + \omega_2 & \varrho + \omega_3 & \varrho . \end{array}$$

4<sup>me</sup> groupe: Les milieux des hauteurs ( $-\varrho + \omega_1$ ,  $-\varrho + \omega_2$ ,  $-\varrho + \omega_3$ ) et le centre du cercle circonscrit O ( $-\varrho$ ); les tangentes rencontrent en ces points la cubique au point ( $3\varrho$ ).

Les cubiques I et III sont homothétiques par rapport au centre de gravité G dans le rapport  $-\frac{1}{2}$ . C'est ce qui résulte de ce que dans cette homothétie les 9 points

$$A \quad B \quad C \quad H \quad G \quad G' \quad G'' \quad G''' \quad H_1$$

de la première cubique deviennent respectivement 9 points

$$A' \quad B' \quad C' \quad O \quad G \quad A \quad B \quad C \quad H$$

de la troisième. D'ailleurs les formules de correspondance entre les coordonnées de deux points homologues de cette homothétie

$$\begin{aligned} \xi &= \eta' + \zeta' - \xi' , \\ \eta &= \zeta' + \xi' - \eta' , \\ \zeta &= \xi' + \eta' - \zeta' , \end{aligned}$$

font bien correspondre à la première cubique  $\Sigma \alpha \xi (\eta^2 - \zeta^2) = 0$ , la troisième  $\Sigma \alpha \xi' (\eta' - \zeta') (\eta' + \zeta' - \xi') = 0$ .

La troisième cubique attachée au triangle  $G'G''G'''$  est identique à la première cubique du triangle ABC.

La troisième cubique du triangle  $G'G''G'''$  doit, en effet, passer par  $G'G''G'''GABC$ , le centre H du cercle circonscrit à  $G'G''G'''$  et son orthocentre  $H_1$ .

#### SUR CERTAINES CONIQUES À AXES PARALLÈLES.

14. — Condition de parallélisme des axes d'une conique circonscrite et d'une conique inscrite.

Supposons que la conique circonscrite d'équation

$$\frac{l}{\xi} + \frac{m}{\eta} + \frac{n}{\zeta} = 0 ,$$