**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

**Band:** 37 (1938)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR LES CUBIQUES D'EDOUARD LUCAS

Autor: Turrière, E.

**Kapitel:** coniques inscrites à normales concourantes.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-28591

## Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

## **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

## Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 09.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

LES CONIQUES INSCRITES À NORMALES CONCOURANTES.

11. — Considérons les coniques inscrites dans le triangle de référence et telles que les normales aux points de contact soient concourantes. Il est évident que l'on se trouve dans les conditions du problème qui a conduit aux deux premières cubiques, puisque les droites qui joignent les sommets aux points de contact de toute conique inscrite concourent. Le point de Gergonne P décrit la première cubique, tandis que le point de concours Q des normales décrit la seconde.

Soient (x, y, z) les coordonnées de Q; X, Y, Z celles de P (coordonnées normales). Les équations qui conduisent à celles des cubiques sont:

$$rac{\mathrm{Y}}{y+x\cos\mathrm{C}} = rac{\mathrm{Z}}{z+x\cos\mathrm{B}} \; , 
onumber \ rac{\mathrm{Z}}{z+y\cos\mathrm{A}} = rac{\mathrm{X}}{x+y\cos\mathrm{C}} \; , 
onumber \ rac{\mathrm{X}}{x+z\cos\mathrm{B}} = rac{\mathrm{Y}}{y+z\cos\mathrm{A}} \; . 
onumber$$

Soient  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$  les coordonnées barycentriques de P. La conique inscrite admettant ce point de Gergonne a pour équation

$$\sqrt{rac{\xi}{\xi_1}} + \sqrt{rac{\eta}{\eta_1}} + \sqrt{rac{\zeta}{\zeta_1}} = 0$$
 ,

et les coordonnées de son centre sont:

$$\xi_0 = \xi_1 (\eta_1 + \zeta_1)$$
, etc. ...

ou encore

$$\xi_0 = \frac{1}{\eta_1} + \frac{1}{\zeta_1}$$
 , etc. ...

D'où résultent les formules inverses

$$\frac{1}{\xi_1} = \eta_0 + \zeta_0 - \xi_0$$
, etc. ...

De l'équation

$$\Sigma a^2 \frac{\eta_1 - \zeta_1}{\eta_1 + \zeta_1} = 0$$

de la première cubique, résulte l'équation du lieu du centre de la conique inscrite:

$$\Sigma a^2 \frac{\eta_0 + \zeta_0}{\xi_0} = 0 .$$

Le lieu du centre de la conique inscrite est donc une troisième cubique circonscrite au triangle, dont l'équation est:

$$\sum a^2 \eta \zeta (\eta - \zeta) = 0 ,$$

$$\sum \alpha \xi (\eta - \zeta) (\eta + \zeta - \xi) = 0 ,$$

$$\sum \frac{x}{a} (y^2 - z^2) = 0 .$$

LES CONIQUES CIRCONSCRITES A NORMALES CONCOURANTES.

12. — En coordonnées normales, la condition d'orthogonalité de deux droites

$$z = my$$
,  $z = m'y$ ,

issues du sommet A est

$$1 + mm' + (m + m')\cos A = 0$$
.

Une conique circonscrite d'équation

$$\frac{\alpha}{x} + \frac{\beta}{y} + \frac{c}{z} = 0 ,$$

est tangente en A à la droite

$$\mathcal{B}z+\mathcal{C}y=0,$$

et par suite la normale en A a pour équation

$$\frac{z}{y} = \frac{\mathcal{B} - \mathcal{C} \cos A}{\mathcal{C} - \mathcal{B} \cos A}.$$

La condition de concours des normales en ABC à une même conique circonscrite est donc

$$\frac{\mathcal{B} - \mathcal{C} \cos A}{\mathcal{C} - \mathcal{B} \cos A}, \frac{\mathcal{C} - \mathcal{A} \cos B}{\mathcal{A} - \mathcal{C} \cos B} \cdot \frac{\mathcal{A} - \mathcal{B} \cos C}{\mathcal{B} - \mathcal{A} \cos C} = 1.$$