

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 37 (1938)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: Eberhard Hopf. — Ergodentheorie (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, herausgegeben von der Schriftleitung des « Zentralblatt für Mathematik». Fünfter Band. Heft 2). — Un fascicule gr. in-8° de vi-84 pages et-4 figures. Prix: RM. 9.80. Julius Springer, Berlin, 1937.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 23.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

L'optique géométrique peut être considérée sous bien des aspects. C'est la théorie, d'abord purement géométrique, des ensembles de droites avec des géomètres français tels Malus, Dupin, Quételet, Gergonne. Ensuite, il n'est pas exagéré de dire que les méthodes variationnelles commencent avec Descartes et Fermat, d'une part, Huyghens, d'autre part. Euler, Lagrange, Cauchy ont perçu le caractère fondamental du sujet. Hamilton, avec son fameux Principe et ses équations canoniques a fait de même en allant, pour ainsi dire, jusqu'aux systèmes différentiels les plus simples qui se sont trouvés être ces systèmes canoniques. Que ceux-ci puissent convenir ensuite à la dynamique de champs matériels, soit; la lumière aura précédé au moins la matière en mouvement. Comme considérations récentes, nous avons celles de Poincaré, Cartan, De Donder, Carathéodory qui nous montrent une optique faisant grand usage d'invariants intégraux. On est même étonné, si l'on se place au point de vue où M. Carathéodory a si parfaitement raison de se placer, de constater combien l'appareil dynamique peut prendre très simplement une physionomie optique, par exemple quant à l'usage des crochets de Poisson et Lagrange. Encore une fois, il n'y a là aucun rapprochement plus ou moins contraint; il n'y a qu'une double simplicité, celle des systèmes canoniques et celle de la lumière.

Dans l'espace optique, les transformations isogonales jouent un rôle particulièrement intéressant. Elles reviennent à la géométrie des inversions, susceptible d'être magnifiquement traitée en coordonnées pentasphériques, et ceci à propos de la considération, due à Maxwell, d'un œil de poisson.

Comme il semble que ce soit surtout l'élégance et l'art qui aient été recherchés ici, le cortège d'approximations de certaines théories instrumentales a été quelque peu délaissé. Dans de tels cas l'auteur indique les raccords à faire avec les traités écrits en vue d'un but plus pratique ou plus expérimental. Il n'a traité, pour ainsi dire, que jeux de lumière, mais combien brillants !

A. BUHL (Toulouse).

Eberhard HOPF. — **Ergodentheorie** (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, herausgegeben von der Schriftleitung des « Zentralblatt für Mathematik ». Fünfter Band. Heft 2). — Un fascicule gr. in-8° de vi-84 pages et 4 figures. Prix: RM. 9.80. Julius Springer, Berlin, 1937.

Ce cinquième volume d'une Collection déjà bien connue a débuté par les *Subharmonie Functions* de Tibor Rado. Voir notre précédent volume, p. 414. Nous voici dans les Théories ergodiques, c'est-à-dire dans les théories se rapportant aux propriétés statistiques et probabilitaires concernant des ensembles de trajectoires. Il faut souligner le mot *ensemble* qui doit être pris au sens cantorien. Il faut, de même, commencer par des considérations ensemblistes, par les lemmes de Borel et Lebesgue, par les notions de mesure et d'intégration en lesquelles on peut retrouver « presque partout » l'ancien classicisme mais « presque » seulement. Sur des ensembles de mesure nulle apparaissent les éléments modernes qui échappaient autrefois, qui se rient des équations différentielles et qu'on peut cependant, heureusement et élégamment, soumettre à l'Analyse au moyen de théories intégrales convenables. La mécanique, la microphysique sont spécialement intéressées mais nous sommes jusqu'ici dans un domaine qui semble plus particulièrement inféodé à l'esprit mathématique. D'ailleurs, les assemblages dont il s'agit ne se rapportent que très occasionnellement à l'espace ordinaire.

Ils sont, plus généralement, dans les espaces en phase parfois imaginaires. C'est ici que l'on saisit, sur le vif, ces phénomènes virtuels, à modalités qui, partiellement au moins, ne relèvent point de l'expérience mais qui semblent indispensables pour asseoir, de façon cohérente, des réalités expérimentales. Ainsi une Géométrie réelle et cohérente ne peut se passer de droites isotropes, de points cycliques et de génératrices imaginaires pour la sphère.

L'espace est généralement celui des fonctions d'ensemble. C'est aussi, éventuellement, celui de Hilbert. Les spectres fonctionnels sont à percevoir en des intégrales définies. Il faut savoir lire Birkhoff, Carathéodory, Carleman, Fréchet. Il s'agit finalement des lignes géodésiques sur les surfaces à courbure négative constante. Ce n'est évidemment qu'une particularisation d'un point de vue ergodique beaucoup plus général. Il y a également des contacts avec les considérations de Mécanique non linéaire de MM. Nicolas Kryloff et Nicolas Bogoliuboff, contacts qui seraient à développer au delà de ce que donne le fascicule. Mais l'exposé est habile; il n'est même jamais inutilement compliqué. C'est une belle œuvre de plus qui nous apprend à reconnaître, dans le monde physique, toutes les subtilités dues à l'esprit mathématique.

A. BUHL (Toulouse).

H. ERTEL. — **Methoden und Probleme der Dynamischen Meteorologie**. (Ergebnisse des Mathematik und ihrer Grenzgebiete herausgegeben von der Schriftleitung des « Zentralblatt für Mathematik ». Fünfter Band. Heft 3). — Un fascicule gr. in-8° de iv-122 pages et 14 figures. Prix: RM. 14. Julius Springer, Berlin, 1938.

Encore un ouvrage assez inattendu bien que la bibliographie du sujet soit considérable. Curieux frontispice emprunté à une lettre de Descartes au Père Mersenne: « A mon avis tout se passe, dans la Nature, de manière mathématique ». Voilà une opinion bien connue, d'accord avec une foule de théories mais qui ne semblait pas devoir se vérifier dans le domaine plutôt incertain de la météorologie. D'autre part, dès la première page, nous trouvons l'indication d'une publication de V. Bjerknes concernant la météorologie considérée comme science exacte. Et les citations de ce genre abondent. Les équations de l'hydrodynamique selon Lagrange et Euler sont associées à des considérations thermiques et plus généralement énergétiques, l'énergie intervenant par rayonnement, par convection et même par des formes relevant des théories quantiques. Plus loin nous trouvons des ds^2 de la forme $\mu_{ik} dx^i dx^k$ et le symbolisme de Christoffel; l'atmosphère est éventuellement un espace de Riemann! Il y a un théorème de circulation de Bjerknes et un principe variationnel qui tiennent forcément compte de la rotation de la Terre. A partir de cette rotation, on peut exprimer des états statiques et des critères de stabilité. Les différences de température vont entraîner des vents, des condensations, des mouvements de masses nuageuses. En tout cela on pourra distinguer des changements d'état quasi-statiques. Il y a aussi des vents stationnaires et des discontinuités, également stationnaires, qui sont des ondes de nature différentielle telles celles si magistralement étudiées par M. Jacques Hadamard. C'est avec grand plaisir que l'on trouve enfin ce nom français au milieu d'une foule d'autres étrangers et généralement inconnus des mathématiciens. Cela prouve que la météorologie théorique a progressé à l'écart, grâce à des adeptes très spécialisés, et qu'elle se révèle tout à coup avec les prétentions d'une science