

<b>Zeitschrift:</b>	L'Enseignement Mathématique
<b>Herausgeber:</b>	Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
<b>Band:</b>	37 (1938)
<b>Heft:</b>	1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE
 <b>Artikel:</b>	 SUR QUELQUES APPELS A L'INTUITION GÉOMÉTRIQUE DANS L'ENSEIGNEMENT DE L'ANALYSE
<b>Autor:</b>	de Losada y Puga, Cristóbal
<b>Kapitel:</b>	II. — Relations différentielles dans le triangle.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-28587">https://doi.org/10.5169/seals-28587</a>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 20.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

d'où

$$OQ = \frac{OC \cdot OP}{OM} = \frac{\alpha \cdot \alpha^2}{1} = \alpha^3,$$

c'est-à-dire un infiniment petit du troisième ordre.

Nous pouvons tirer la droite  $MQ$ , mener la parallèle par  $C$  à cette droite et obtenir un infiniment petit du quatrième ordre, et ainsi de suite.

## II. — RELATIONS DIFFÉRENTIELLES DANS LE TRIANGLE.

Soit le triangle  $ABC$  (fig. 2), dans lequel

$$b = a \frac{\sin B}{\sin (B + C)}.$$

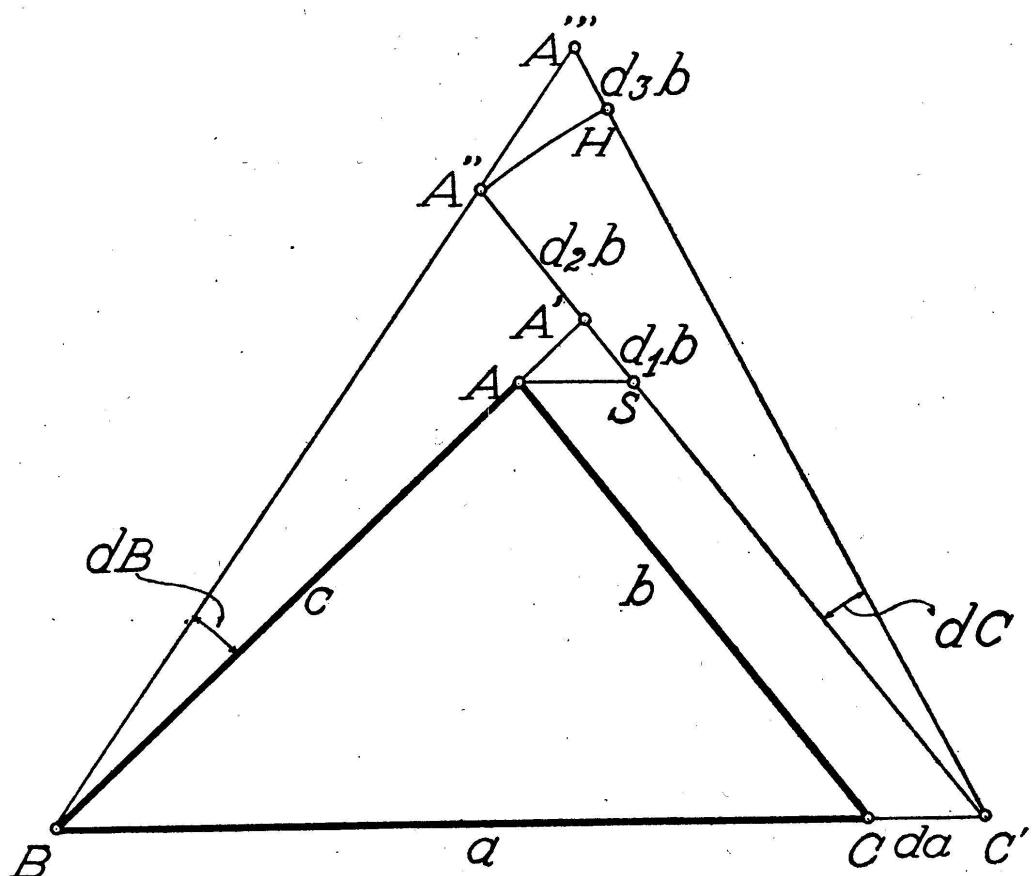


Fig. 2

Si on donne aux éléments supposés connus de petites variations  $da$ ,  $dB$ ,  $dC$  que nous supposerons positives (c'est-à-dire qui font

augmenter la valeur de ces éléments), l'élément inconnu  $b$  recevra aussi une petite variation et au lieu de la longueur  $CA$ , nous obtiendrons la longueur  $C'A''$ , dont l'excès sur  $CA$  sera donné par la formule

$$\begin{aligned} db &= da \frac{\sin B}{\sin (B + C)} + a \frac{\sin (B + C) \cos B - \sin B \cdot \cos (B + C)}{\sin^2 (B + C)} dB \\ &\quad - a \frac{\sin B \cdot \cos (B + C)}{\sin^2 (B + C)} dC = \\ &= da \frac{\sin B}{\sin (B + C)} + a \frac{\sin C}{\sin^2 (B + C)} dB - a \frac{\sin B \cdot \cos (B + C)}{\sin^2 (B + C)} dC, \end{aligned}$$

qui s'obtient par différentiation de l'équation (1), et qui peut être retrouvée géométriquement comme nous allons le voir.

La petite variation  $da$  ou  $CC'$  subie par la longueur du côté  $a$ , change le triangle  $ABC$  en  $A'BC'$ . Menons par  $A$  la parallèle  $AS$  à  $BC$ , et nous aurons  $SC' = AC$ , de sorte que  $A'S = d_1 b$  est l'excès de  $AC'$  sur  $AC$ . Mais le triangle  $A'AS$ , semblable au triangle  $ABC$ , nous donne

$$d_1 b = da \frac{\sin B}{\sin (B + C)}.$$

La petite variation  $dB$  dans la valeur de l'angle  $B$  change le triangle, transformé déjà en  $A'BC'$  par la petite variation de la longueur de la base, en  $A''BC'$ , ce qui ajoute à la longueur de  $b = A'C$  le petit accroissement  $A''A' = d_2 b$ . Le triangle  $A''A'B$  nous donne

$$\frac{A''A'}{dB} = \frac{A'B}{\sin BA''C'} = \frac{A'B}{\sin (B + C)}, \quad (2)$$

parce que

$$BA''C' = \pi - B - dB - C,$$

où nous pouvons négliger le terme  $dB$ .

De même, le triangle  $A'BC'$  nous donne, en négligeant les infiniment petits,

$$\frac{A'B}{\sin C} = \frac{a}{\sin (B + C)}. \quad (3)$$

En multipliant membre à membre les équations (2) et (3), et en supprimant le facteur  $A'B$  dans les deux membres, on obtient

$$d_2 b = A'' A' = a \frac{\sin C}{\sin^2(B+C)} dB .$$

Si maintenant nous considérons la petite variation  $dC$  qui modifie la valeur de l'angle  $C$ , le triangle  $ABC$ , premièrement changé en  $A'BC'$  par la variation  $da$ , et après en  $A''BC'$  par la variation  $dB$ , sera finalement changé en  $A'''BC'$ . Calculons l'excès  $d_3 b$  de la valeur finale,  $A'''C'$ , du côté  $b$  sur sa deuxième valeur intermédiaire  $A''C'$ . Du point  $C'$  comme centre, avec  $A''C'$  comme rayon, décrivons l'arc de circonférence  $A''H$ , dont la longueur est, à d'infiniment petits près,

$$A''H = b \cdot dC = a \frac{\sin B}{\sin(B+C)} dC .$$

Mais, l'arc  $A''H$  étant infiniment petit, le triangle  $A'''A''H$  peut être considéré comme un triangle rectiligne, rectangle en  $H$ , et on aura, à d'infiniment petits d'ordre supérieur près,

$$d_3 b = A'''H = A''H \cotang A''A'''H = -a \frac{\sin B \cdot \cos(B+C)}{\sin^2(B+C)} dC ,$$

car on a

$$\cotang A''A'''H = -\cotang(B + dB + C + dC) .$$

La somme des trois valeurs  $d_1 b$ ,  $d_2 b$ ,  $d_3 b$ , nous donne finalement l'expression cherchée de  $db$ .

### III. — DÉRIVÉES PARTIELLES D'ORDRE SUPÉRIEUR.

Il s'agit de faire voir par des considérations géométriques (ceci étant déjà démontré analytiquement), que dans le calcul des dérivées partielles d'ordre supérieur d'une fonction de plusieurs variables, on peut intervertir l'ordre des dérivations.

Soit une fonction de deux variables

$$z = f(x, y) \quad (1)$$