SUR QUELQUES APPELS A L'INTUITION GÉOMÉTRIQUE DANS L'ENSEIGNEMENT DE L'ANALYSE

PAR

Cristóbal de Losada y Puga (Lima, Pérou).

Même les plus rigoristes des arithmétisants, qui n'accordent à l'intuition aucun droit comme élément de démonstration, et qui se méfient d'elle, seront prêts, je crois, à l'accepter au moins comme un élément auxiliaire d'explication, particulièrement saisissable et clair.

Je me propose d'exposer ici quelques ressources de ce genre que j'emploie volontiers dans mes cours de la Universidad Mayor de San Marcos de Lima (qui est l'Université d'Etat, la plus vieille de tout le continent américain), et de la Universidad Católica del Perú (qui est, au contraire, une des Universités les plus jeunes du monde).

I. — Infiniment petits des divers ordres.

Quoique les infiniments petits soient un peu en disgrâce, je crois qu'ils rendent encore de bons services, peut-être faute de mieux, surtout dans l'enseignement. Aux exemples classiques, je désire ajouter le suivant:

Soit l'angle AOB (fig. 1). Prenons sur ses côtés les longueurs OM et ON égales à l'unité, et divisons-les en m parties égales $\alpha = \frac{1}{m}$ par les points C, D, E, ...; H, J, K, ... Si nous faisons croître m indéfiniment, la longueur α de chaque partie deviendra un infiniment petit (du premier ordre). Menons la droite MH qui passe par M et par le premier point de division H de ON. Tirons par C, premier point de division de OM, la parallèle CP à MH; nous aurons

$$\frac{OP}{OC} = \frac{OH}{OM} ,$$

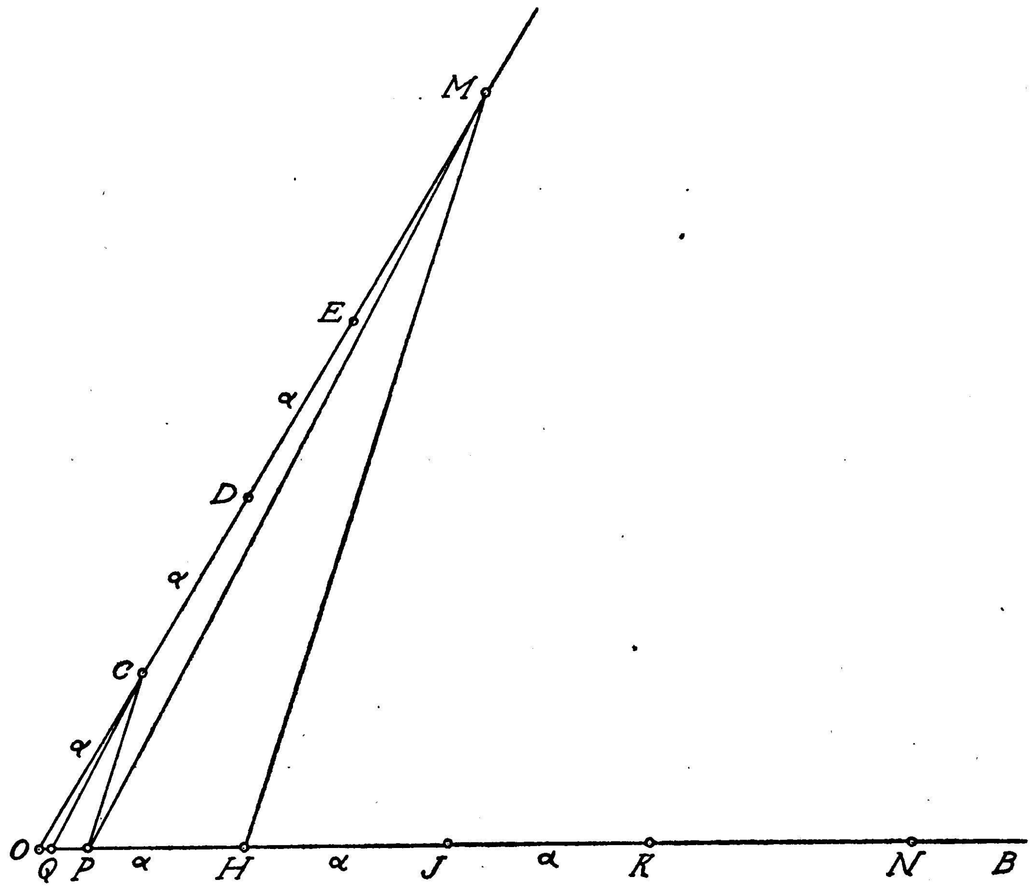

Fig 1

d'où

$$OP = \frac{OC \cdot OH}{OM} = \frac{\alpha \cdot \alpha}{1} = \alpha^2 ,$$

c'est-à-dire un infiniment petit du second ordre.

Joignons P avec M par la droite MP et menons, par C, la parallèle CQ à MP; nous aurons

$$\frac{OQ}{OC} = \frac{OP}{OM} ,$$

d'où

$$OQ = \frac{OC \cdot OP}{OM} = \frac{\alpha \cdot \alpha^2}{1} = \alpha^3 ,$$

c'est-à-dire un infiniment petit du troisième ordre.

Nous pouvons tirer la droite MQ, mener la parallèle par C à cette droite et obtenir un infiniment petit du quatrième ordre, et ainsi de suite.

II. — Relations différentielles dans le triangle.

Soit le triangle ABC (fig. 2), dans lequel

$$b = a \frac{\sin B}{\sin (B + C)} .$$

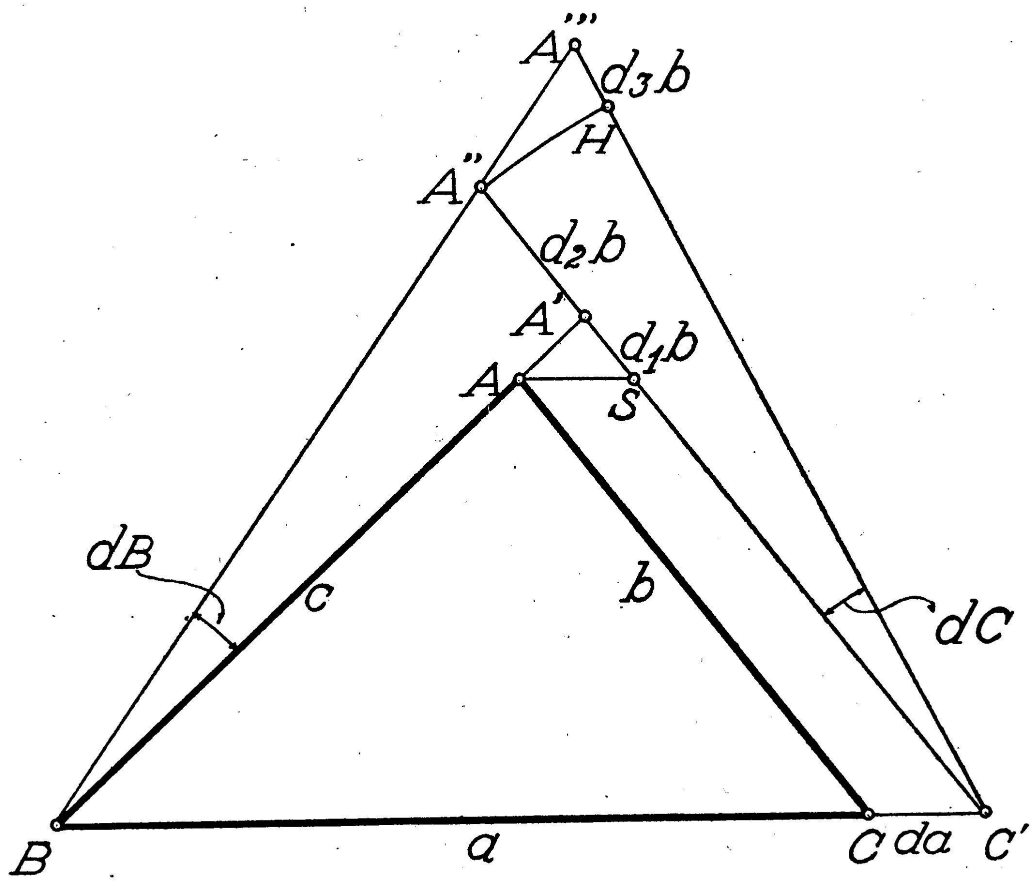

Fig 2

Si on donne aux éléments supposés connus de petites variations da, dB, dC que nous supposerons positives (c'est-à-dire qui font