

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 36 (1937)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LA COURBE DE L'HÔPITAL
Autor: Turrière, E.
Kapitel: 9. – L'IMAGE DE COURBURE DE MINKOWSKI.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-28032>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 03.05.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

et, par suite, la condition précédente se met sous la forme:

$$\sin \alpha d\alpha = Ay^{-\lambda} dy ;$$

d'où:

$$\frac{Ay^{1-\lambda}}{1-\lambda} + \cos \alpha = \text{const} ;$$

c'est-à-dire

$$y = B \cdot (\cos \alpha + h)^{\frac{1}{1-\lambda}} .$$

Pour $h = 0$, nous retrouvons les courbes de Ribaucour; pour $\lambda = \frac{3}{2}$, les courbes de pression constante. Les deux familles de courbes ont en commun les paraboles de directrice Ox . Jean BERNOULLI et le marquis DE L'HÔPITAL avaient signalé la propriété des trajectoires balistiques du point pesant de pouvoir être considérées comme des courbes particulières à pression constante.

9. — L'IMAGE DE COURBURE DE MINKOWSKI.

Une courbe plane (C) étant définie par sa tangente

$$x \cos \varphi + y \sin \varphi = \varpi$$

et son rayon de courbure ρ ayant l'expression

$$\rho = \varpi + \frac{d^2 \varpi}{d\varphi^2} ,$$

l'image de courbure¹ de Minkowski de cette courbe (« Das Minkowskische Krümmungsbild ») est, par définition, l'enveloppe de la droite

$$x \cos \varphi + y \sin \varphi = \rho - \frac{1}{3} .$$

¹ BÖLMEER, Ueber elliptisch-konvexe Ovale. *Mathematische Annalen*, LX, p. 256-262
H. MOHRMANN, Ueber beständig hyperbolisch gekrümmte Kurvenstücke. *Math. Annalen*, LXXII, 1912, p. 593-595.

Le rayon de courbure de l'image de courbure est donc ρ_1

$$\rho_1 = \frac{1}{9} \rho^{-\frac{7}{3}} (9\rho^2 - 3\rho\rho'' + 4\rho'^2),$$

ρ' et ρ'' désignant les dérivées première et seconde de $\rho(\varphi)$.

L'image se réduit à un point lorsque la courbe (C) est une parabole ($\rho_1 = 0$).

Dans le cas de la courbe d'égale pression, l'image de courbure de Minkowski de cette courbe est l'enveloppe d'une droite d'équation

$$x \cos \varphi + y \sin \varphi = k(a + \sin \varphi);$$

l'image est ainsi une *circonférence*. Cet exemple est de ceux qui illustrent le mieux la théorie des images de la courbure.

10. — MOUVEMENTS D'UN POINT MATÉRIEL, DANS LE PLAN, SUIVANT LA LOI DES AIRES SUR L'HODOGRAPHE.

L'étude de la courbe de pression constante dans le mouvement du point pesant pose la question des mouvements avec loi des aires sur l'hodographe.

La condition est:

$$v^2 \frac{d\alpha}{dt} = C = \text{constante}.$$

avec ses formes équivalentes:

$$v^3 = C \cdot \rho, \quad \rho^2 \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^3 = \text{const},$$

d'où la loi du temps correspondante:

$$nt = \int_{\alpha_0}^{\alpha} \rho^{\frac{2}{3}} d\alpha;$$

n est une constante. Cette intégration est donc attachée simplement à l'équation naturelle de la courbe trajectoire du point matériel, et à sa radiale de Tücker.