

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 36 (1937)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** LA COURBE DE L'HÔPITAL  
**Autor:** Turrière, E.  
**Kapitel:** 5. — La courbe de l'Hôpital.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-28032>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 16.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Quant à  $\varpi$ , distance de O à la tangente courante, cette fonction de  $\varphi$  a pour expression :

$$\varpi = -\cos \varphi \int \frac{1}{(a + \sin \varphi)^2} \cdot \frac{d\varphi}{\cos^2 \varphi}.$$

Ainsi que l'avaient indiqué Bernoulli et reconnu DE L'HÔPITAL, la courbe s'étudie soit au moyen des fonctions trigonométriques, soit au moyen de la fonction logarithmique. Deux formes distinctes en découlent pour la courbe, qui est soit un ovale, soit une courbe à branches paraboliques. La courbe algébrique de L'HÔPITAL est intermédiaire entre les deux types de courbes transcendantes.

### 5. — LA COURBE DE L'HÔPITAL.

Dans un précédent article<sup>1</sup> sur diverses courbes algébriques, j'ai mentionné cette intéressante courbe unicursale du cinquième degré, qui est une courbe de direction. Ses équations, à un facteur près de similitude, sont

$$\begin{aligned} x &= 2\left(u - \frac{u^5}{5}\right), \quad y = -(1 + u^2)^2 < 0, \\ s &= 2u + \frac{4}{3}u^3 + \frac{2}{5}u^5. \\ \rho &= (1 + u^2)^3, \quad \rho = |y|^{\frac{3}{2}}. \end{aligned}$$

Les équations respectives de la tangente et de la normale au point courant sont :

$$\begin{aligned} 2uX + (1 - u^2)Y &= \frac{u^6}{5} + u^4 + 3u^2 - 1; \\ (1 - u^2)X - 2uY &= 2u\left(\frac{1}{5}u^6 + \frac{4}{5}u^4 + u^2 + 2\right). \end{aligned}$$

La courbe a la forme d'un folium, sans asymptote. Elle admet un point double sur l'axe de symétrie  $Oy$ ,  $x = 0$ ,

<sup>1</sup> Notes sur des courbes spéciales algébriques. *Anais da Faculdade de Ciencias do Porto*, t. XX, 1936.

$y = -2(3 + \sqrt{5}) = -10,47$ ; ainsi qu'un point isolé intérieur à la courbe:  $x = 0, y = -2(3 - \sqrt{5}) = -1,528$ .

Elle admet un foyer  $F(x = 0, y = -\frac{8}{5})$  auquel est associée la directrice  $Ox$ . L'équation focale entre le rayon vecteur  $r = FM$  du foyer et la distance  $D$  du point  $M$  à la directrice est:

$$25r^2 = D^2(4\sqrt{D} + 5) .$$

D'où résulte l'équation de la courbe:

$$(25x^2 + 20y^2 + 80y + 64)^2 + 16y^5 = 0 .$$

En introduisant l'angle  $\alpha$  d'inclinaison de la tangente au point courant sur l'horizontale

$$u = -\tan \frac{\alpha}{2} ,$$

l'expression de la courbure devient:

$$\frac{1}{\rho} = \cos^6 \frac{\alpha}{2} .$$

La développée est représentée par les équations:

$$\xi = -4u^3 \left(1 + \frac{3}{5}u^2\right) ,$$

$$\eta = u^6 - 3u^2 - 2 = (u^2 + 1)^2(u^2 - 2) ;$$

le rayon  $\rho'$  de courbure de la développée a pour expression:

$$\begin{aligned} \rho' &= 3u(u^2 + 1)^3 \\ &= 3 \tan \frac{\alpha}{2} \times \frac{1}{\cos^6 \frac{\alpha}{2}} . \end{aligned}$$

## 6. — MOUVEMENT D'UN POINT PESANT SUR LA COURBE DE L'HÔPITAL.

Soit  $v_0$  la vitesse au sommet de la courbe. Posons

$$v_0^2 = 2gh , \quad h > 0 .$$