

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 36 (1937)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** LA COURBE DE L'HÔPITAL  
**Autor:** Turrière, E.  
**Kapitel:** 1. – LA COURBE DE PRESSION CONSTANTE.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-28032>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 15.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

circulaires réelles du plan, et donner leurs propriétés essentielles. Les résultats obtenus en ce qui concerne les « décompositions canoniques » en produits d'inversion sont résumés par les schémas de la figure 20. [Les pôles sont marqués par de gros points; l'inversion simple I est représentée par un cercle en trait gras, car tous les points de ce cercle sont doubles; pour distinguer  $\Gamma$  de son inverse, il faut numérotter 1 et 2 les deux cercles correspondant à une même transformation simple composante.]

Le tableau page 177 résume l'ensemble des propriétés invariantes des différents types  $\Gamma$ .

En terminant remarquons que toute la théorie précédente s'applique aux transformations circulaires sur la surface d'une sphère. (Bien entendu, il n'y a plus de foyers à considérer.)

## LA COURBE DE L'HÔPITAL

PAR

E. TURRIÈRE (Montpellier).

### 1. — LA COURBE DE PRESSION CONSTANTE.

La question de la courbe plane de pression constante pour le mouvement sur elle, sans frottement, du point pesant, a été nettement posée par Jean BERNOULLI dans une lettre adressée à LEIBNIZ<sup>1</sup> en janvier 1695 (*curva aequabilis pressionis*) et dans une seconde lettre, encore adressée à LEIBNIZ, en février 1696; Jean BERNOULLI indiqua l'équivalence du problème et de celui du pendule à fil de tension constante. Il signala, sans explications ni calculs, que la courbe peut être algébrique ou transcendante. Il reposa une troisième fois les mêmes questions dans une pièce des *Acta eruditorum* de 1696<sup>2</sup>.

<sup>1</sup> G. G. LEIBNITII et Joh. BERNOULLI, *Commercium, philosophicum et mathematicum*, I, p. 30 et 134.

<sup>2</sup> *Acta eruditorum* (Supplementa, t. II), 1696, p. 291.

Mais le problème ne fut résolu qu'en 1700, par le marquis de l'Hôpital, qui donna l'équation et quelques propriétés de la courbe dans le cas où elle est algébrique, c'est-à-dire lorsque la pression reste égale au poids du point matériel et qui se borna à indiquer que, dans le cas général, la courbe est transcendante; lorsque la pression est inférieure au poids, la transcendante est due à la présence de fonctions logarithmiques; lorsque la pression est supérieure au poids, les fonctions transcendantes introduites sont des fonctions circulaires.

L'HÔPITAL<sup>1</sup> donna, à la similitude près, l'équation suivante de la courbe à pression constante

$$5x = 2(y - \sqrt{y} - 1) \cdot \sqrt{2\sqrt{y} - 1} ;$$

l'axe  $Oy$  étant, dans sa figure, la verticale descendante. Il suffit de poser

$$y = \frac{(1 + \lambda^2)^2}{4} ,$$

dans cette équation, pour obtenir les expressions paramétriques de la quintique.

Cette courbe, qui a l'allure d'un folium à branches paraboliques, n'est autre que la courbe du *looping the loop*.

Enfin, M. L. LECORNU<sup>2</sup> a repris, en 1903, l'étude de la courbe à pression constante et il a montré que le mouvement sur l'hodographe était le mouvement képlérien des planètes.

## 2. — ÉTUDE DE LA PRESSION DANS LE MOUVEMENT SANS FROTTEMENT DU POINT PESANT SUR UNE COURBE PLANE SITUÉE DANS UN PLAN VERTICAL.

L'axe  $Oy$  étant la verticale ascendante, l'intégrale des forces vives est tout d'abord

$$\nu^2 + 2gy = \nu_0^2 ;$$

$\nu_0$  est la vitesse au sommet (la vitesse minima).

<sup>1</sup> DE L'HÔPITAL, Solution d'un problème physico-mathématique. *Mémoires de mathématique et de physique tirés des registres de l'Académie royale des Sciences* (Paris) de 1700, p. 9-21.

*Histoire de l'Académie royale des Sciences*, 1700, p. 78-87.

P. JULLIEN, *Exercices de Mécanique*, t. I, 1886, p. 406.

A. DE SAINT-GERMAIN, *Recueil d'exercices de Mécanique rationnelle*, 1889, p. 285-289.  
Gino LORIA, *Curve piane speciali algebriche e trascendenti*, t. II, 1936, p. 164.

<sup>2</sup> L. LECORNU, *Bulletin de la Société mathématique de France*, 16 décembre 1903.  
*Cours de Mécanique*, t. I, 1914, p. 337-341.