Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 36 (1937)

Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LA COURBE DE L'HÔPITAL

Autor: Turrière, E.

Kapitel: 1. – LA COURBE DE PRESSION CONSTANTE.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-28032

circulaires réelles du plan, et donner leurs propriétés essentielles. Les résultats obtenus en ce qui concerne les « décompositions canoniques » en produits d'inversion sont résumés par les schémas de la figure 20. [Les pôles sont marqués par de gros points; l'inversion simple I est représentée par un cercle en trait gras, car tous les points de ce cercle sont doubles; pour distinguer Γ de son inverse, il faut numéroter 1 et 2 les deux cercles correspondant à une même transformation simple composante.]

Le tableau page 177 résume l'ensemble des propriétés invariantes des différents types Γ.

En terminant remarquons que toute la théorie précédente s'applique aux transformations circulaires sur la surface d'une sphère. (Bien entendu, il n'y a plus de foyers à considérer.)

LA COURBE DE L'HÔPITAL

PAR

E. TURRIÈRE (Montpellier).

1. — LA COURBE DE PRESSION CONSTANTE.

La question de la courbe plane de pression constante pour le mouvement sur elle, sans frottement, du point pesant, a été nettement posée par Jean BERNOULLI dans une lettre adressée à LEIBNIZ [1] en janvier 1695 *(curva aequabilis pressionis)* et dans une seconde lettre, encore adressée à LEIBNIZ, en février 1696; Jean BERNOULLI indiqua l'équivalence du problème et de celui du pendule à fil de tension constante. Il signala, sans explications ni calculs, que la courbe peut être algébrique ou transcendante. Il reposa une troisième fois les mêmes questions dans une pièce des *Acta eruditorum* de 1696 [2].

---

[1] G. G. LEIBNITII et Joh. BERNOULLI, *Commercium, philosophicum et mathematicum*, I, p. 30 et 134.

[2] *Acta eruditorum* (Supplementa, t. II), 1696, p. 291.

Mais le problème ne fut résolu qu'en 1700, par le marquis de l'Hôpital, qui donna l'équation et quelques propriétés de la courbe dans le cas où elle est algébrique, c'est-à-dire lorsque la pression reste égale au poids du point matériel et qui se borna à indiquer que, dans le cas général, la courbe est transcendante; lorsque la pression est inférieure au poids, la transcendance est due à la présence de fonctions logarithmiques; lorsque la pression est supérieure au poids, les fonctions transcendantes introduites sont des fonctions circulaires.

L'Hôpital[1] donna, à la similitude près, l'équation suivante de la courbe à pression constante

$$5x = 2(y - \sqrt{y} - 1) \cdot \sqrt{2\sqrt{y} - 1} ;$$

l'axe Oy étant, dans sa figure, la verticale descendante. Il suffit de poser

$$y = \frac{(1 + \lambda^2)^2}{4},$$

dans cette équation, pour obtenir les expressions paramétriques de la quintique.

Cette courbe, qui a l'allure d'un folium à branches paraboliques, n'est autre que la courbe du *looping the loop*.

Enfin, M. L. Lecornu [2] a repris, en 1903, l'étude de la courbe à pression constante et il a montré que le mouvement sur l'hodographe était le mouvement képlérien des planètes.

2. — Etude de la pression dans le mouvement sans frottement du point pesant sur une courbe plane située dans un plan vertical.

L'axe Oy étant la verticale ascendante, l'intégrale des forces vives est tout d'abord

$$v^2 + 2gy = v_0^2 ;$$

v_0 est la vitesse au sommet (la vitesse minima).

---

[1] De l'Hôpital, Solution d'un problème physico-mathématique. *Mémoires de mathématique et de physique tirés des registres de l'Académie royale des Sciences* (Paris) de 1700, p. 9-21.
Histoire de l'Académie royale des Sciences, 1700, p. 78-87.
P. Jullien, *Exercices de Mécanique*, t. I, 1886, p. 406.
A. de Saint-Germain, *Recueil d'exercices de Mécanique rationnelle*, 1889, p. 285-289.
Gino Loria, *Curve piane speciali algebriche e trascendenti*, t. II, 1936, p. 164.

[2] L. Lecornu, *Bulletin de la Société mathématique de France*, 16 décembre 1903.
Cours de Mécanique, t. I, 1914, p. 337-341.