

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 36 (1937)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: Vito Volterra et Joseph Pérès. — Théorie générale des Fonctionnelles. Tome premier. Generalites sur les Fonctionnelles. Theorie des Equations intégrées (Collection de Monographies sur la Theorie des Fonctions publiée sous la Direction de M. Emile Borel). — Un volume gr. in-8° de XII-360 pages. Prix: 100 francs. Gauthier-Villars, Paris, 1936.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 15.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Il a fallu disséquer l'intégrale de Stieltjes, y reconnaître trois parties, dont une à la Lebesgue; plus loin, dans une généralisation concernant la valeur moyenne du produit de deux variables aléatoires, nous retrouvons l'inégalité de Schwarz préférant plus ordinairement certains raisonnements des Théories quantiques. D'ailleurs, si le Calcul des Probabilités conduit précisément, au point de vue physique, aux théories quantiques, on observe aussi, et précisément en étudiant M. Fréchet, que ce Calcul a souvent une structure mathématique interne qui est de nature quantique, les cas ne relevant que de l'ordinaire continuité devenant de plus en plus exceptionnels.

Une autre remarque, fort importante, est que beaucoup de nouveautés probabilitaires pourraient être greffées sur des conceptions existant, en germe, dans le Traité de Laplace. Cet illustre prédecesseur a dû se rendre compte de profondes transformations réservées à l'Analyse; s'il ne les a point explicitées, c'est évidemment de par la limitation des forces individuelles surtout à une époque donnée et même quand ces forces relèvent du génie.

C'est encore un des nombreux mérites de M. Fréchet que de remonter jusqu'à Laplace.

Observation analogue quant aux travaux très peu connus de Bienaymé. Il y a là une formule majorante très simple quant à une probabilité indépendante de la loi à laquelle obéit une variable aléatoire. D'où des conséquences de Tchebicheff relatives au Théorème de Bernoulli et diverses généralisations qui laissent cependant un avantage particulièrement net à la formule de Bienaymé. A ce propos, digressions remarquables sur les formules qui sont « les plus avantageuses de leur espèce ».

Les divers modes de convergence d'une suite de variables aléatoires se rattachent encore à une idée de Laplace. Il y a une convergence « en probabilité », selon M. Cantelli, qui correspond à une convergence « en mesure » et à la notion, due à M. Lebesgue, de fonctions égales « presque partout ».

Maintenant voici un « Premier espace de variables aléatoires ». Il est distancié. Il me semble y percevoir de curieuses analogies avec les espaces de groupes de M. Elie Cartan. En tout cas, c'est également beau. Et divers espaces correspondent à diverses natures de convergence.

Je crois en avoir assez dit pour éveiller le plus vif des intérêts. Diverses Notes terminent l'ouvrage. Celle de M. Paul Lévy est relative à la distance de deux « lois ».

Parmi les modernes dont les œuvres sont si bien amalgamées, citons Banach, Bernstein, Borel, Camp, Cantelli, Castelnuovo, Cramer, Frisch, Glivenko, Hausdorff, Ch. Jordan, Kamke, Khintchine, Kolmogoroff, Kuratowski, von Mises, Karl Pearson, Slutsky, Steinhaus, Wilson. Quelques idées de Cournot sont plus anciennes mais ne gâtent rien.

Concluons, sans longueur, que ce livre est un véritable prodige.
A. Buhl (Toulouse).

Vito VOLTERRA et Joseph PÉRÈS. — Théorie générale des Fonctionnelles.

Tome premier. Généralités sur les Fonctionnelles. Théorie des Equations intégrales (Collection de Monographies sur la Théorie des Fonctions publiée sous la Direction de M. Emile Borel). — Un volume gr. in-8° de xii-360 pages. Prix: 100 francs. Gauthier-Villars, Paris, 1936.

Voici la seconde édition des *Leçons sur les Equations intégrales et intégralo-différentielles* publiées en 1913 (voir *L'Enseignement mathématique*,

15, 1913, p. 447). Mais avec quels développements ! Ceux-ci paraîtront plus étendus encore si l'on songe que le volume primitif, de 164 pages, doit donner non seulement les 360 présentes pages mais encore deux autres tomes dont les sous-titres seront, pour l'un: *Composition, Equations intégro-différentielles et aux dérivées fonctionnelles, Généralisations des Fonctions analytiques*, pour l'autre: *Compléments et Applications*.

Ce seul projet, dont le premier tiers est maintenant réalisé, donne, grâce aussi aux noms des auteurs, une impression de magnificence qui rend assez vaine toute appréciation écourtée. De plus des œuvres comme celle-ci et comme celle de M. Fréchet ont, malgré la différence des notations et du style, une analogie profonde peignant admirablement la pensée mathématique moderne créant ses espaces abstraits ou fonctionnels pour se manifester. Eddington a écrit que plus il y avait de matière — au sens physique du mot — plus il se faisait d'espace pour la contenir. Or ceci est vrai de la matière mathématique, voire philosophique. Plus il s'en crée, plus on éprouve le besoin de la *situer* et c'est pour cela que les espaces s'amplifient en prenant des structures de plus en plus diverses, de plus en plus subtiles.

D'ailleurs, dans les premières pages du livre, la notion de fonctionnelle est mise en relation avec celle d'hyperespace. Puis vient la notion de champ fonctionnel. Une fonctionnelle doit-elle être rapprochée d'une fonction d'une infinité *dénombrable* de variables ou d'une fonction d'une infinité *continue* de variables, la question pouvant se généraliser en allant chercher des infinités à puissance supérieure à celle du continu ? M. Volterra répond, avec une magnifique audace, que le véritable Calcul fonctionnel est *capable* de toute théorie de ce genre actuellement établie ou à venir.

A propos du recours aux ensembles abstraits, M. Fréchet est signalé sans délai. C'est en plein accord avec lui que l'on traite de la continuité des fonctionnelles, continuité à coup sûr non obligatoire et souvent éclairée par la notion de semi-continuité. Puis les fonctionnelles ont des types simples, particulièrement le type linéaire, générateur d'équations intégrales à intégrales simples, cependant que des fonctionnelles d'ordre n donnent des constructions à intégrales multiples d'ordre n . Ces considérations utilisent des intégrales à la Stieltjes, terrain à peine connu quand il s'agit d'intégrales multiples.

Quant aux dérivées fonctionnelles, ce sont des extensions si naturelles qu'elles peuvent aboutir à une formule de Taylor généralisée. Signalons aussi les différentielles de M. Fréchet où la différence entre $y + \delta y$ et y est une distance dans l'espace fonctionnel. Le Calcul des variations n'est qu'un chapitre de la théorie générale des fonctionnelles. Les problèmes aux limites de la Physique font précisément intervenir des variétés limites comme variables fonctionnelles. On sait aussi les insuffisances des méthodes, de Riemann et de Dirichlet, appuyées sur des extréma intégraux. Leur constatation a renouvelé la Science et pouvait, à elle seule, faire reviser la notion de continuité.

Tout ceci n'est que le Livre I. La « Théorie des Equations intégrales » forme le Livre II. Nous nous permettons d'être plus bref, ce qui précède répondant suffisamment pour ce qui suit. C'est ici qu'interviennent les différents types d'équations de Volterra, types qui précèdent logiquement l'équation de Fredholm. Les germes de tels développements sont à rechercher dans un passé parfois assez lointain. Abel et Liouville furent des pré-

curseurs. Le regretté Lalesco signala des particularités à rôle fondamental. Henri Poincaré adopta la méthode de Fredholm dans sa Théorie des Marées. M. Emile Picard rattacha de tels sujets à ses méthodes d'approximations successives. La synthèse de tous ces résultats est un splendide monument d'Analyse.

Aux auteurs déjà cités, ajoutons Arzelà, Baire, Borel, Carleman, Cauchy, Euler, Fantappié, Fourier, Gateaux, Giraud, Hadamard, Heisenberg, Hilbert, Leray, Levi-Civita, Paul Lévy, Riesz, Schmidt, Stokes, Tamarkin, Taylor, Tonelli, Villat, Weierstrass. N'oublions pas le rôle essentiel de M. Joseph Pérès.

Sera-t-il possible de s'émerveiller davantage quand nous aurons, au grand complet, les trois volumes promis ?

A. BUHL (Toulouse).

Joseph PÉRÈS. — **Cours de Mécanique des Fluides** (Fluides parfaits. Aile portante. Résistance.) Publié avec la collaboration de L. Malavard, Ingénieur civil de l'Aéronautique. Préface de M. Henri Villat. — Un volume gr. in-8° de VII-322 pages. Prix: 80 francs. Gauthier-Villars, Paris, 1936.

N'ai-je pas été un peu oublié, à l'égard de M. Joseph Pérès, en analysant l'ouvrage précédent ? Toutefois, un jeune savant comme lui n'a rien à craindre; par la force des choses, il ne permet pas qu'on l'oublie. Voici, de lui, une œuvre nouvelle et remarquable, au moins, à deux points de vue. D'abord c'est le Cours théorique sur les fluides qui existe maintenant dans la plupart des Universités françaises, Cours fondé par le Ministère de l'Air en vue de l'aviation et qui correspond au Certificat d'Etudes supérieures de Mécanique des Fluides mais qui, à ma connaissance, n'avait jamais jusqu'ici été rédigé et publié. Ensuite, ce Cours que l'on aurait pu croire d'allure très spéciale et destiné très particulièrement aux constructeurs d'avions, est vraiment un exposé élémentaire de l'hydro et de l'aérodynamique avec élégants emprunts aux fonctions analytiques ainsi qu'aux notions vectorielles et tourbillonnaires les plus simples.

C'est, en somme, le problème du courant fluide autour d'un obstacle fixe qui est retourné en faisant mouvoir l'obstacle, devenu avion, dans une masse aéiforme indéfinie et primitivement en repos. Le paradoxe de D'Alembert et d'autres, étudiés notamment par M. Villat, n'empêchent pas l'avion de voler. Quelle merveilleuse incitation à ne pas considérer la science dont il s'agit comme bloquée par des paradoxes.

Vraiment toute la Mécanique des fluides et passée en revue. Un courant fluide autour d'un obstacle peut d'abord être considéré comme irrotationnel mais les tourbillons peuvent apparaître ensuite, comme des manifestations analytiques de méromorphie, non seulement dans le voisinage dudit obstacle mais, pour ainsi dire, dans l'obstacle même qui prend figure de masse tourbillonnaire. C'est la Théorie de Prandtl. Ainsi, même s'il n'existe jamais d'obstacles solides dans les fluides, ceux-ci pourraient en engendrer sous forme d'agrégats tourbillonnaires qui résisteraient au mouvement général. Le solide n'est donc pas toujours un intrus. Voilà, n'est-il pas vrai, une belle et philosophique conception bien que M. Pérès ait négligé de parler explicitement de philosophie. Mais vraiment la chose y est tout de même et le livre pourra intéresser les purs théoriciens qui s'étonneront, sans doute, de la facilité avec laquelle on trouve de jolies constructions