

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 36 (1937)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LES RELATIONS D'ÉGALITÉ RÉSULTANT DE L'ADDITION ET DE LA SOUSTRACTION LOGIQUES CONSTITUENT-ELLES UN GROUPE ?
Autor: Piaget, Jean
Kapitel: 4. — Opérations inverses et identique.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-28030>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 16.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

3. — ASSOCIATIVITÉ.

Les éléments du groupe, ou égalités par addition ou soustraction, sont associatifs, c'est-à-dire que l'on a: $(ab)c = a(bc)$. En effet

$$\left. \begin{array}{l} (ab) \quad A + A' + B' = C \\ (c) \quad C + C' = D \\ \hline (ab)c \quad A + A' + B' + C' = D. \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} (a) \quad A + A' = B \\ (bc) \quad B + B' + C' = D \\ \hline a(bc) \quad A + A' + B' + C' = D. \end{array} \right.$$

De même $(a'b')c' = a'(b'c')$

$$\left. \begin{array}{l} (a'b') \quad C - (A' + B') = A \\ (c') \quad D - C' = C \\ \hline (a'b')c' \quad D - (C' + B' + A') = A. \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} (a') \quad B - A' = A \\ (b'c') \quad D - C' - B' = B \\ \hline a'(b'c') \quad D - (C' + B' + A') = A. \end{array} \right.$$

De même, on a

$$\begin{aligned} (a''b'')c'' &= a''(b''c''), \\ (ab')c' &= a(b'c'), \\ (aa')a &= a(a'a), \text{ etc.} \end{aligned}$$

A eux seuls, comme nous l'avons déjà dit (§ 1, Rem. II), les sommandes $+ A$ et $- A$ ne sont pas associatifs entre eux. C'est pourquoi les classes et leurs additions, pas plus que les ensembles et leurs réunions, ne peuvent constituer comme telles un groupe, tandis que les égalités considérées ici comme éléments sont associatives.

4. — OPÉRATIONS INVERSES ET IDENTIQUE.

Nous avons appliqué jusqu'ici les deux premiers critères du groupe: la composition et l'associativité. Quant à l'existence des opérations inverses, elle est postulée par les axiomes du § 1. L'inverse de l'élément a ($A + A' = B$) est l'élément a'' ($- A - A' = - B$), puisque composés ensemble ils donnent $0 = 0$ ou $A = A$.

A la tautologie et à la résorption directes correspondent, d'autre part, la tautologie et la résorption inverses et, à l'addition, la soustraction, etc. Le succès des opérations de composition atteste l'existence, c'est-à-dire la non-contradiction de ces

opérations inverses. Au reste, dans la pensée concrète, la soustraction ou exclusion est aussi effective que l'addition ou inclusion: pour savoir inclure correctement il faut savoir exclure.

Quant à l'opération identique, $A = A$, elle est impliquée en toute transformation. En outre, chaque égalité joue le rôle d'opération identique à l'égard des égalités de rang supérieur et d'elle-même. C'est là une différence fondamentale avec les groupes mathématiques, qui tient aux règles de tautologie et de résorption, c'est-à-dire à l'absence d'itération en logique.

5. — REMARQUES FINALES.

Il semble ainsi que les relations essentiellement qualitatives qui caractérisent l'addition et la soustraction logiques sont susceptibles de constituer des groupes analogues aux groupes mathématiques, à condition de choisir comme éléments non pas les cls. elles-mêmes, ni les opérations $+ A$ et $- A$ mais les égalités qui résultent de ces opérations.

Il nous reste à ajouter, pour justifier le choix de nos axiomes, que les opérations auxquelles ils donnent lieu sont celles mêmes qu'utilise toute pensée logique: ils ne sauraient donc être contradictoires entre eux et cela indépendamment du groupe que l'on peut former en les associant.

C'est ainsi que si j'apprends qu'un caractère est commun aux Vertébrés et aux Invertébrés, j'en conclus qu'il est général chez tous les animaux: je pratique ainsi l'addition de cls.: (Vertébrés) + (Invertébrés) = (Animaux). Si l'on ajoute qu'un autre caractère est spécial aux Invertébrés, j'exclus les Vertébrés de la cls. qu'il définit, et cela au moyen d'une soustraction logique: (Invertébrés) = (Animaux) — (Vertébrés). Quant à la tautologie et à la résorption, elles vont de soi, étant évident que l'on ne peut additionner un concept à lui-même ou à l'une de ses propres parties. Seules les classes négatives pourraient donner l'impression d'un formalisme vide de sens. Mais un jugement tel que « Si j'exclus de la classe des Plantes les Vertébrés et les Invertébrés, j'en exclus tous les Animaux » est un jugement vrai, qui s'écrit $(- A - A' = - B)$. En outre, dès que l'on comprend que l'exclusion est toujours relative à un