

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 36 (1937)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LES RELATIONS D'ÉGALITÉ RÉSULTANT DE L'ADDITION ET DE LA SOUSTRACTION LOGIQUES CONSTITUENT-ELLES UN GROUPE ?
Autor: Piaget, Jean
Kapitel: 2. — Composition.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-28030>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 03.05.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

2. — COMPOSITION.

Si nous composons n'importe quel élément du groupe avec n'importe quel autre, nous obtenons un produit qui est encore un élément du groupe (égalité par addition ou soustraction). La règle de composition est donc définie par l'addition membre à membre des égalités qui constituent les éléments.

I. Commençons par composer entre eux les éléments a, b, c, \dots , etc.

$$(a) A + A' = B$$

$$(b) B + B' = C$$

$$(p) A + B + A' + B' = B + C, \quad \text{d'où} \quad A + (A' + B') = C.$$

Cette composition constitue le principe du syllogisme ($A < B$, $B < C$, donc $A < C$), qui peut s'écrire

$$A = B - A', \quad B = C - B', \quad \text{donc} \quad A = C - (A' + B').$$

De même, $(a) + (c)$ donne $A + (A' + B' + C') = D$ ou $A = D - (A' + B' + C')$, etc.

II. Éléments $a' b' c'$:

$$(a') B - A' = A,$$

$$(a') B - A' = A,$$

$$(b') C - B' = B,$$

$$\text{et} \quad (c') D - C' = C,$$

$$(p) C - (A' + B') = A.$$

$$D - C' + B - A' = A + C,$$

$$\text{or} \quad B = C - B',$$

$$\text{d'où} \quad D - (C' + B' + A') = A.$$

etc.

III. Éléments a, b, c, \dots et a', b', c', \dots

$$(a) A + A' = B,$$

$$(a') B - A' = A,$$

$$(c') D - C' = C,$$

$$(c) B + B' = C,$$

$$A + D + A' - C' = C + B,$$

$$B + B + B' - A' = A + C,$$

$$\text{d'où} \quad D = C + C'.$$

$$\text{d'où} \quad B = C - B'.$$

IV. Classes négatives

$$(a'') \quad -A - A' = -B$$

$$(b'') \quad -B - B' = -C$$

$$\frac{-A - B - A' - B' = -B - C}{-A - (A' + B') = -C}, \text{ d'où } -A - (A' + B') = -C,$$

et

$$(b) \quad B + B' = C$$

$$\frac{A - B = -A'}{A + B - B + B' = C - A'}$$

$$A + B' = C - A'.$$

$$(b) \quad B + B' = C$$

$$\frac{C - D = -C'}{B + C + B' - D = C - C'}$$

$$B + B' = D - C'.$$

V. On peut enfin additionner ou soustraire les A' , B' , C' , etc. entre eux. On peut poser (par définition)

$$A' + B' = C - A, \quad A' - B' = C - A - B' - B',$$

$$B' + C' = D - B, \quad \text{et} \quad B' - C' = D - B - C' - C',$$

$$C' - D' = E - C, \quad C' - D' = E - C - D' - D'.$$

..., etc.

..., etc.

d'où les compositions suivantes

$$(a) \quad A + A' = B$$

$$\frac{A' + B' = C - A}{A + A' + A' + B' = B + C - A}$$

$$\text{d'où} \quad A + A' + B' = C$$

..., etc.

$$(a) \quad A + A' = B$$

$$\frac{A' - B' = C - A - B' - B'}{A + A' + A' - B' = C + B - A - B' - B'}$$

$$A + A' + B' = C.$$

$$\text{d'où} \quad A + A' + B' = C.$$

..., etc.

Bref, toute composition aboutit naturellement, grâce à l'application des règles de substitution, à un emboîtement des classes d'ordre inférieur dans les classes d'ordre supérieur¹.

¹ Si l'on est frappé de l'infécondité de telles transformations, qu'on veuille bien se rappeler que notre seul but était de montrer qu'elles constituent un groupe. Au reste, comme le dit COUTURAT en comparant l'Algèbre de la Logique avec l'Algèbre mathématique: « En logique, la distinction des termes connus et inconnus est artificielle et presque inutile: tous les termes, en principe, sont connus et il s'agit seulement, étant donné entre eux certaines relations, d'en déduire des relations nouvelles (c'est-à-dire inconnues ou non explicitement connues) ». *L'Algèbre de la Logique*, p. 65.