**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique

**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

**Band:** 36 (1937)

**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Buchbesprechung:** Robert Sauer. — Projektive Liniengeometrie (Göschens Lehrbücherei, 1. Gruppe, Band 23). — Un volume gr. in-8° de 194 pages et 36 figures, relie. Prix: RM. 9. Walter de Gruyter & Co. Berlin W 35 et Leipzig, 1937.

**Autor:** Buhl, A.

**Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

**Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

**Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 15.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch**

en question. Finalement, tous les groupes non euclidiens auront quelque image réelle interprétant toutes les finesses de leur structure analytique.

Remarquons surtout, sur la pseudosphère, la Théorie des cercles géodésiques et la Trigonométrie pseudosphérique. Naturellement les transformations les plus simples sont des *mouvements*. Les nécessités de mesurer, pour combiner angles et distances, jouent également un rôle fondamental; en approfondissant le concept de *mesure*, on en arrive à la discussion de tout ce qui est *mesurable*. C'est pourquoi les géométries généralisées sont devenues le substratum des théories physiques nouvelles. Les auteurs qui le font comprendre, aussi bien et avec autant d'art que M. Schilling, sont rares.

A. Buhl (Toulouse).

Robert Sauer. — **Projektive Liniengeometrie** (Göschens Lehrbücherei, 1. Gruppe, Band 23). — Un volume gr. in-8° de 194 pages et 36 figures, relié. Prix: RM. 9. Walter de Gruyter & Co. Berlin W 35 et Leipzig, 1937.

Encore un très beau volume qui se réclame, comme le précédent, de la géométrie tangible et visible plutôt que d'une analyse qui ne sera développée qu'ensuite. Le sujet n'est pas nouveau. Pour les Français, il remonte à Gaston Darboux et plus particulièrement encore à Gabriel Kœnigs. Il y a deux ans, nous avons analysé ici (**34**, 1935, p. 126) une œuvre fort analogue due à Ernst August Weiss, œuvre qui se réclamait surtout des idées de Study et de la notion de complexe, ceci, rappelons-le, avec une très grande élégance.

M. Robert Sauer nous indique, dès le début de son exposition, qu'il s'agit de géométrie projective à propos de données aussi peu spéciales que possible, ce qui apparaît tout de suite, dès la première figure, à propos de surfaces supportant des réseaux conjugués. Les tangentes aux courbes du réseau, le long d'une même courbe transversale lui appartenant aussi, doivent former une surface développable. L'analyse de telles possibilités ne va pas sans conditions d'intégrabilité dont profitent les systèmes d'équations différentielles. Autrefois les profits de ce genre n'ont point manqué avec lignes de courbure, lignes asymptotiques et plus généralement lignes conjuguées associées à l'indicatrice de Dupin. Nous avons maintenant bien davantage; la nouvelle géométrie projective, avec ses associations de droites et de plans, ses corrélations, ses collinéations, fait naître une analyse d'essence linéaire mais qui a bientôt ses moments, ses déterminants, ses matrices, ses tenseurs, bref tout l'arsenal des théories physico-géométriques actuelles. Elle est d'ailleurs propre à prendre diverses formes mécaniques, ce dont nombre de géomètres s'étaient aperçu depuis longtemps, au moins dans des cas particuliers comme celui des vis de R. S. Ball.

Il est bien difficile de dépeindre, en quelques mots, tout ce qu'il y a d'admirable dans la géométrie des systèmes de droites; on peut classer ces systèmes d'après les services qu'ils rendent, d'après les propriétés de courbure des surfaces qu'ils permettent d'étudier. C'est ici que l'on pourrait placer une théorie de surfaces de révolution à courbure négative, théorie qui s'accorderait fort esthétiquement avec les vues exposées dans l'ouvrage de M. Schilling précédemment analysé. Ce qui est aussi fort remarquable, dans le livre de M. Sauer, c'est l'exposition des calculs. Il ne s'agit nullement d'un calcul tensoriel avec débauche d'indices, encore que celui-ci ne soit nullement interdit en la matière, mais de calculs, parfois très numériques qui sont d'une symétrie simple semblant toujours correspondre à la simplicité des schèmes projectifs. La droite serait alors un élément géométrique maniable comme le point, parfois comme la sphère, suivant une idée de Sophus Lie.

Parmi les grands auteurs, dont les créations reçoivent ainsi une vie nouvelle, mentionnons encore Bianchi, Bieberbach, Cayley, Cremona, Frenet, Fubini, Grassmann, E. Pascal, Plücker, Reye, Weingarten. Ces noms, cités dans le désordre alphabétique, se rapportent à des sujets fort divers mais entre lesquels la géométrie projective de l'auteur établit les liens les plus remarquables et les plus harmonieux.

A. Buhl (Toulouse).

René Garnier. — **Leçons d'Algèbre et de Géométrie,** à l'usage des étudiants des Facultés des Sciences. D'après la rédaction de M. Badrig Guéndjian. Tome III. Elimination. Eléments de Géométrie réglée. Transformation de Lie. Applications à la Géométrie conforme. — Un volume gr. in-8° de vi-280 pages et 106 figures. Prix: 80 francs. Gauthier-Villars. Paris, 1937.

C'est avec une chaude sympathie que nous avons suivi le développement de ce bel ouvrage. Les tomes précédents (voir *Ens. math.*, **35**, 1936, p. 166) pouvaient sembler parfois un peu elémentaires non du fait de l'auteur mais de par les sujets qu'il s'astreignait à traiter et surtout à cause du public assez inexpérimenté auquel il s'adressait. Nous voici au tome III; le niveau s'est élevé graduellement et les contacts sont nombreux avec de récents ouvrages étrangers, notamment avec les deux dont l'analyse bibliographique précède. Mais ici nous trouvons des noms tels que ceux de MM. Cartan et Godeaux que les ouvrages allemands ignorent un peu trop, surtout quand il s'agit de Géométrie projective. Enfin mentionnons tout de suite que ce tome III ne semble nullement publié comme un tome III « et dernier ». L'ouvrage reste donc ouvert sur d'autres merveilles qu'on peut, au moins, pressentir.

Pour l'instant, nous débutons par l'élimination appuyée sur les fonctions symétriques. Le premier aboutissement remarquable est l'identité de Bezout $Af + Bg = 1$ autour de laquelle se groupent, dans l'espace comme dans le plan, des questions de dénombrement de points d'intersection ou d'éléments communs, questions qui constituent la Géométrie énumérative (abzählende Geometrie).

Les lieux géométriques suivent, leur place logique étant après l'élimination. Mais ceci n'empêche pas M. Garnier de commencer par des cas très simples, de revenir sur les cylindres, les cônes, les conoïdes, les surfaces de révolution, sans oublier les petites malices relatives à la surface d'équation

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = a^3 .$$

La très belle géométrie commence avec les coordonnées plückériennes; c'est tout de suite la symétrie matricielle des théories modernes aussi bien physiques que géométriques. Les complexes, tant travaillés à l'étranger, rappellent cependant, surtout par le complexe linéaire, les travaux d'extrême jeunesse de Paul Appell et de M. Emile Picard. Il y a là une géométrie d'éléments conjugués, tout comme pour les quadriques.