

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 36 (1937)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** APPLICATIONS DES MATHÉMATIQUES A LA BIOLOGIE  
**Autor:** Volterra, Vito  
**Kapitel:** § V  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-28039>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 15.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

C'est donc un cas *historique* et pour le traiter il faut recourir aux équations intégro-différentielles qui forment un chapitre de l'analyse fonctionnelle (fig. 5).

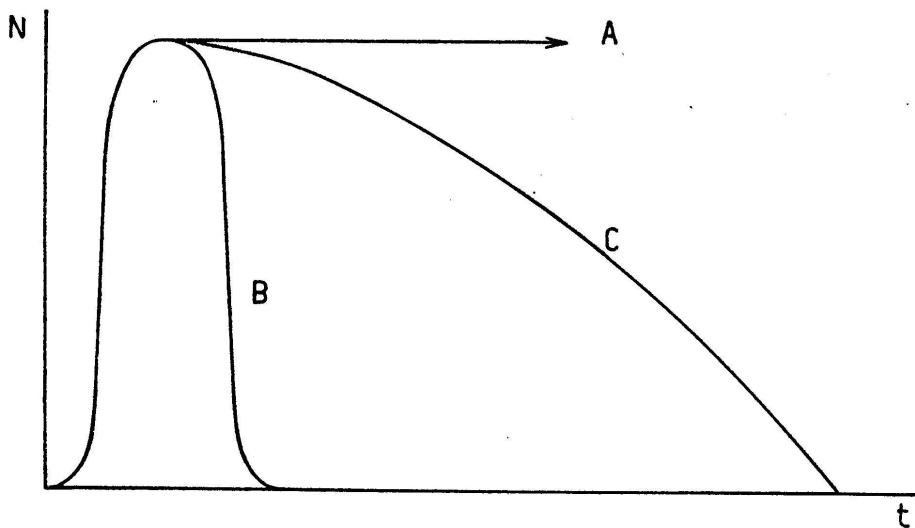


Fig. 5.

Courbes de croissance d'une population.

A. Courbe logistique. — B. Courbe de l'intoxication pure. — C. Courbe mixte de Pearl et de l'intoxication constante.

### § V

Mais laissons le cas d'une seule espèce et passons à celui de plusieurs espèces. A cause de leur action mutuelle les coefficients d'accroissement seront modifiés et on pourra en première approximation considérer ces modifications comme proportionnelles aux nombres des individus des différentes espèces. Or, si dans la lutte pour la vie les uns dévorent les autres, ces modifications seront avantageuses pour les espèces dévorantes et défavorables aux espèces dévorées.

Pour mettre effectivement en équation le problème, le plus simple est de recourir au *principe des rencontres*.

Soit  $N_r$  le nombre des individus de l'espèce  $r$  et  $N_s$  le nombre des individus de l'espèce  $s$ . Alors la probabilité qu'un individu de la première espèce rencontre un individu de la seconde espèce sera proportionnelle à

$$N_r N_s$$

et par suite on pourra exprimer par

$$m_{rs} N_r N_s$$

le nombre des rencontres qui auront lieu dans chaque unité de temps.

Supposons qu'à chaque rencontre soient détruits

$$p_{rs} \quad (p_{rs} \leq 1)$$

individus d'une des deux espèces, par exemple de la première. Dans ce cas il y en aura

$$p_{rs} m_{rs} N_r N_s$$

qui seront détruits dans l'unité de temps.

Ceci arrive à la première espèce. Comment pourra-t-on calculer la modification subie par la seconde espèce ? On peut faire un calcul très grossier de la manière suivante. Désignons par

$$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$$

les poids moyens des individus des  $n$  espèces et par  $P_1, P_2, \dots, P_n$  les poids totaux de tous les individus appartenant à chaque espèce.

On aura évidemment

$$N_1 = \frac{P_1}{\beta_1}, \quad N_2 = \frac{P_2}{\beta_2}, \quad \dots \quad N_n = \frac{P_n}{\beta_n}.$$

Or si un individu de l'espèce  $r$  est dévoré par des individus de l'espèce  $s$  le poids  $P_r$  deviendra  $P_r - \beta_r$  tandis que le poids  $P_s$  deviendra  $P_s + \beta_r$ ; par suite les nombres des individus des deux espèces deviendront (cela d'une manière approchée, mais tout à fait grossière)

$$\frac{P_r}{\beta_r} - 1, \quad \frac{P_s + \beta_r}{\beta_s}.$$

Donc, en restant toujours au point de vue approché, on pourra dire que, dans l'unité de temps, à cause des rencontres des individus de l'espèce  $r$  avec les individus de l'espèce  $s$ , on aura

une diminution des individus de l'espèce  $r$  donnée par  $p_{rs} m_{rs} N_r N_s$  tandis qu'il y aura une augmentation des individus de l'espèce  $s$  donnée par  $p_{rs} m_{rs} N_r N_s \frac{\beta_r}{\beta_s}$ .

En posant  $a_{rs} = p_{rs} m_{rs} \beta_r$ , la diminution des individus de l'espèce  $r$  sera exprimée par  $\frac{a_{rs}}{\beta_r} N_r N_s$  et l'augmentation des individus de l'espèce  $s$  par  $\frac{a_{rs}}{\beta_s} N_r N_s$ .

On pourra toujours parler d'augmentation en introduisant des nombres négatifs. Nous conviendrons donc de poser  $a_{rs} = -a_{sr} > 0$ . Dès lors les deux espèces  $r, s$  augmentent algébriquement dans l'unité de temps, en vertu de leurs rencontres, respectivement de  $\frac{a_{sr}}{\beta_r} N_r N_s$  et de  $\frac{a_{rs}}{\beta_s} N_r N_s$ , où l'on admet qu'une augmentation négative soit une diminution.

On en déduit que les augmentations des deux espèces dans le temps  $dt$  seront

$$\frac{a_{sr}}{\beta_r} N_r N_s dt, \quad \frac{a_{rs}}{\beta_s} N_r N_s dt.$$

On peut répéter le même raisonnement pour chaque couple. C'est pourquoi les nombres

$$\frac{1}{\beta_1}, \quad \frac{1}{\beta_2} \cdots \frac{1}{\beta_n}$$

seront pris comme *équivalents* des individus des différentes espèces. En effet, étant supposé que  $\frac{1}{\beta_2}$  individus de l'espèce  $r$  peuvent se transformer en  $\frac{1}{\beta_s}$  individus de l'espèce  $s$  nous avons admis que  $\frac{1}{\beta_r}$  individus de l'espèce  $r$  sont équivalents à  $\frac{1}{\beta_s}$  individus de l'espèce  $s$ .

Nous avons pris dans ce qui précède (et cela en nous basant sur un raisonnement très grossier) les valeurs inverses des poids moyens comme *équivalents* mais il nous suffira d'admettre l'existence d'*équivalents*, même s'ils ne sont pas les inverses des poids moyens, pour obtenir le résultat que nous venons d'exposer.