

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 35 (1936)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: ÉQUATIONS DU TYPE ELLIPTIQUE, PROBLÈMES LINÉAIRES
Autor: SCHAUDER, J.
Kapitel: IV.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-27308>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 23.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Ce raisonnement reste valable pour l'équation plus générale

$$\sum_{i,k=1}^n a_{ik} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_k} + \sum_j b_j \frac{\partial u}{\partial x_j} + cu = f. \quad (21)$$

Passons maintenant à la limitation dans *le voisinage de la frontière*. Il faut alors ajouter à nos hypothèses la supposition suivante:

Dans un voisinage U d'une portion H de la frontière¹ les dérivées secondes de u satisfont à la condition² de Hölder; $\|u\|_{\alpha,2}^U < \infty$. φ étant les valeurs aux limites, nous prouvons, par un procédé tout à fait semblable au précédent, une limitation pour $\|u\|_{\alpha,2}^{U'}$ dans chaque domaine U' intérieur à U . Il suffit de transformer H en un hyperplan H' et d'appliquer les limitations précédentes³.

IV.

Nous démontrerons maintenant qu'on peut *déduire les théorèmes d'existence des limitations précédentes*. Commençons par l'équation

$$L(u) = \sum_{i,k=1}^n a_{ik} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_k} = f \quad (22)$$

et par des valeurs aux limites ayant des dérivées secondes Hölderiennes (problème de Dirichlet).

Envisageons l'ensemble d'équations du type elliptique dépendant d'un paramètre λ

$$\sum a_{ik}^{(\lambda)} \frac{\partial^2 u^{(\lambda)}}{\partial x_i \partial x_k} = f \quad (23)$$

et telles que l'on ait $a_{ik}^{(0)} = \delta_{ik}$ (symbole de Kronecker), mais $a_{ik}^{(1)} = a_{ik}$. Pour $\lambda = 0$ nous obtenons alors l'équation de Poisson

$$\Delta u^{(0)} = f$$

¹ Voir note 1, p. 129.

² C'est-à-dire les dérivées secondes satisfont à la condition de Hölder dans l'ensemble envisagé.

³ Voir l'inégalité (8).

et pour $\lambda = 1$ l'équation donnée (22). On voit tout de suite que tous les coefficients $a_{ik}^{(\lambda)}$ satisfont à la même condition de Hölder, c'est-à-dire que leurs normes hölderiennes toutes ensemble sont bornées. Pour $\lambda = 0$ notre équation est résoluble et en plus $u^{(0)}$ (c'est-à-dire sa solution pour $\lambda = 0$) satisfait ainsi que ses dérivées premières et secondes à la condition de Hölder: $\|u^{(0)}\|_{\alpha, 2}^G < \infty$. La méthode des approximations successives (employée pour ce problème déjà par M. Korn) démontre aisément l'existence de la solution pour λ voisin de 0 et il résulte de la démonstration que $\|u^{(\lambda)}\|_{\alpha, 2}^G < \infty$. D'ailleurs cette démonstration devient vraiment banale si l'on se sert des notations de la théorie des opérations fonctionnelles. L'équation étant résoluble pour λ_0 nous pouvons de même établir l'existence des solutions $u^{(\lambda)}$ pour un λ voisin de λ_0 en *restant* toujours *dans la classe* de fonctions dont les dérivées secondes satisfont à la condition de Hölder. La limitation *uniforme* $\|u^{(\lambda)}\|_{\alpha, 2}^G < C$ reste valable pour toutes les solutions $u^{(\lambda)}$; on en déduit la résolubilité de (23) pour $\lambda = 1$, c'est-à-dire celle de (22). En plus $u^{(1)} = u$ appartient à la classe envisagée, ce qui veut dire que ses dérivées secondes satisfont dans $G + S$ à une condition de Hölder. J'attire votre attention sur la façon extrêmement simple par laquelle notre procédé fournit l'allure de la fonction u . La transition aux valeurs aux limites continues seulement est maintenant immédiate; on applique les limitations précédentes valables pour les domaines fermés \bar{G} contenus ¹ dans G .

V.

Notre procédé est également simple dans le cas de l'équation plus générale

$$K(u) = \sum a_{ik} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_k} + \sum b_j \frac{\partial u}{\partial x_j} + cu = f. \quad (24)$$

¹ C'est la conséquence des limitations fondamentales du paragraphe précédent; il s'agit d'une évaluation qui permet de majorer $\|u\|_{\alpha, 2}^{\bar{G}}$ seulement par $\max_G |u|$ dans chaque domaine fermé \bar{G} situé à l'intérieur de G .