

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 35 (1936)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: ÉQUATIONS DU TYPE ELLIPTIQUE, PROBLÈMES LINÉAIRES
Autor: SCHAUDER, J.
Kapitel: II.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-27308>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 23.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

le voisinage U de chaque point P situé à l'intérieur ¹ de H la fonction u possède des dérivées du second ordre « Hölderiennes » En outre l'inégalité

$$\|u\|_{\alpha,2}^U \leq C \left(\|\varphi\|_{\alpha,2}^V + \max_G |u| \right) \quad (8)$$

subsiste ².

Cette généralisation du théorème concernant l'équation de Laplace qui consiste à supposer la régularité des valeurs aux limites sur une *portion* seulement de la frontière et non pas sur la frontière entière, est une des bases de notre procédé.

II.

Les deux théorèmes que nous venons d'énoncer et les évaluations correspondantes s'étendent facilement aux équations homogènes ou non homogènes du type elliptique dont les coefficients a_{ik}^0 sont *constants*;

$$\begin{aligned} L^0 u &= \sum_{i,k=1}^n a_{ik}^0 \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_k} = 0, \quad (a_{ik}^0 = a_{ki}^0) \\ L^0 u &= \sum_{i,k=1}^n a_{ik}^0 \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_k} = f. \end{aligned} \quad (9)$$

Il suffit de remarquer que $L^0 u$ se transforme en Δu par une substitution linéaire des variables x_1, x_2, \dots, x_n . En supposant le déterminant des $a_{ik}^0 = 1$ et

$$|a_{ik}^0| \leq m, \quad (10)$$

(ce qui ne diminue pas la généralité) nous obtenons

$$\begin{aligned} \|u\|_{\alpha,2}^K &\leq C(m) \|f\|_{\alpha}^K \text{ pour l'équation } L^0 u = f, \\ \|u\|_{\alpha,2}^U &\leq C(m) \left(\|\varphi\|_{\alpha,2}^V + \max_G |u| \right) \text{ pour } L^0 u = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

¹ U est le produit d'une sphère à n dimensions et de l'ensemble $G + S$.

² $\|\varphi\|_{\alpha,2}^H$ est aussi calculée par rapport aux paramètres locaux sur H .

Cette évaluation diffère de la précédente seulement par le fait que, maintenant, la constante C dépend de m . On peut d'ailleurs trouver aisément la forme exacte de la fonction $C(m)$.

III.

Passons maintenant à l'équation générale

$$L(u) = \sum_{i,k=1}^n a_{ik}(x_1, x_2, \dots, x_n) \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_k} = f. \quad (12)$$

Nous supposons $|a_{ik}| \leq m$, les constantes de Hölder des $a_{ik} \leq M$, le déterminant des $a_{ik} = 1$ et nous considérons d'abord la solution de (12) à l'intérieur¹ du domaine borné G , le second membre f étant Hölderien ($\|f\|_a^G < \infty$). Nous supposons en plus qu'une limitation de u est connue dans tout le domaine G et que u ainsi que ses dérivées secondes satisfont à la condition de Hölder à l'intérieur de G (mais pas nécessairement sur la frontière S). Cherchons une limitation de $D_1 u$, $D_2 u$ et des constantes de Hölder pour $D_2 u$ à l'intérieur de G . Soulignons, que nous *ne sommes pas* en train de construire une solution; la solution u de (12) est donnée, ses dérivées sont régulières et notre but est d'établir quelques inégalités. Notre procédé est le suivant: Soit P un point intérieur à G , $d(P)$ sa distance de la frontière du domaine G et λ un nombre (arbitraire) de l'intervalle $< 0, 1 >$: $0 \leq \lambda \leq 1$. Construisons un cube $W(P, \lambda)$ à n dimensions, de centre P et de côtés parallèles aux axes; la longueur des côtés est égale à $\frac{2}{\sqrt{n}} \lambda d(P)$. Nous nous proposons de trouver la borne supérieure de la fonction

$$[d(P)]^{\alpha+2} \|u\|_{a,2}^{W(P,\lambda)} \doteq h(P, \lambda)$$

pour λ constant. Désignons cette borne, qui d'ailleurs est finie, par $N(\lambda)$. Soit P_0 un point intérieur à G tel que

$$[d(P_0)]^{2+\alpha} \|u\|_{a,2}^{W(P_0,\lambda)} \geq \frac{N(\lambda)}{2}. \quad (13)$$

¹ A la fin de ce paragraphe nous donnerons une évaluation analogue sur la frontière et dans son voisinage.