Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 34 (1935)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Kapitel: II. — Réunion d'Einsiedeln, 18 et 19 août 1935.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

si elle tient ses promesses, prêter directement ou indirectement un concours très efficace à l'ensemble de l'œuvre mathématique du pays.

Les aptitudes individuelles, ordonnées dans un cadre solide, se trouvant décuplées, une association, quelle qu'elle soit, acquiert, par le fait même, une vraie tradition, tradition qui, peu à peu, la mue en une réelle personnalité. Dans cet état, l'association devient force régulatrice de tout ce qui, de près ou de loin, lui tient à cœur.

Les survivants de la liste de 1910 ne sont, en ce jour et pour la plupart que des vétérans, pleins d'ardeur et de zèle sans doute et dont plusieurs ont encore devant eux une verte vieillesse. Tôt ou tard, toutefois, ces vétérans devront transmettre le flambeau. Puissent alors les jeunes qui le recueilleront, le tenir ferme et haut, très haut!

La recherche désintéressée soutenue par une volonté inlassable et qu'aucun impérialisme ne subjugue, vient à bout de tous les obstacles.

Rien n'empêche donc d'espérer que, soutenus par notre Société, des penseurs et des travailleurs capables et dévoués sauront prolonger le sillage de nos illustres devanciers, de nos géants, les Euler, les Bernoulli, les Cramer, les Sturm, les Steiner, les Schläffli.

II. — Réunion d'Einsiedeln, 18 et 19 août 1935.

La Société mathématique suisse a tenu sa vingt-cinquième assemblée annuelle à Einsiedeln, les 18 et 19 août 1935, sous la présidence de M. le Professeur W. Saxer (Zurich), en même temps que la 116^{me} session annuelle de la Société helvétique des Sciences naturelles.

Dans sa séance administrative, la Société a composé comme suit son comité pour 1936 et 1937: MM. les Professeurs R.Wavre (Genève), président; W. Scherrer (Berne), vice-président et P. Buchner (Bâle), secrétaire-trésorier. La prochaine assemblée annuelle aura lieu à Soleure.

Deux séances ont été spécialement consacrées aux communications scientifiques, au nombre de dix.

1. — Lucien C. Bossard (Lucerne). — Sur une généralisation du théorème de Schottky et ses applications. — Soit f(z) une fonction holomorphe dans le cercle $|z-z'|<\rho$ dans lequel elle n'admet pas plus de 1 fois la valeur a, ni plus de q fois la valeur b, les nombres a et b vérifiant les inégalités $|a| \leq h$, $|b| \leq h$, $|a-b| \geq d > 0$; soient de plus les valeurs de f(z) données, ou bornées en module, au point z' et en un point z_1 du cercle $|z-z'|<\rho$, $0<|z_1-z'|=r_1<\rho$. Sous ces hypothèses on peut établir pour le module de f(z) à l'aide d'une transformation utilisée par M. Lindelöf, de l'homographie transformant l'intérieur d'un cercle

en lui-même et d'une construction de chaîne de cercles appropriée¹, μ désignant le plus grand des deux nombres : e^{q+1} , $\frac{\rho}{d\cdot r_1}\cdot (2\mid f(z')\mid +\mid f(z_1)\mid +3h)$, la limite supérieure « numérique » et « uniforme par rapport aux nombres a et b » suivante :

$$|f(z)| < d \cdot \mu^{\frac{\dot{\gamma} \, \varrho^2}{(\varrho - r_1) \, . \, \theta}}$$
 dans le cercle
$$|z - z'| \le \rho - \theta < \rho \ , \qquad \dot{\gamma} = 5.20^7 \ .$$

En étendant ce résultat à une couronne on obtient la «transposition»: soit f(z) une fonction holomorphe dans la couronne

$$r\left(1 - \frac{700}{\log\log M(r)}\right) \le |z| \le r\left(1 + \frac{700}{\log\log M(r)}\right), \quad r > 0$$

et soit

$$\max_{|z| = r} |f(z)| = M(r) > e^{e^{700}};$$

si en deux points du cercle |z|=r, dont la distance est désignée par s, s vérifiant les relations

$$r \cdot e^{-\frac{1}{4}\sqrt{\log M(r)}} \le s \le \frac{700 \cdot r}{\log \log M(r)},$$

les valeurs de f(z) sont inférieures en module à $e^{\frac{1}{4}\sqrt{\log M(r)}}$, il existera dans la couronne considérée un cercle de rayon $\frac{700 \cdot r}{\log \log M(r)}$, dans lequel f(z) prendra toutes les valeurs intérieures au cercle $|w| \leq e^{\frac{1}{4}\sqrt{\log M(r)}}$ ou bien au moins 2 fois, ou bien $\frac{3}{4}\sqrt{\log M(r)}$ fois au moins, sauf peut-être, dans ce dernier cas, certaines valeurs contenues à l'intérieur d'un cercle de rayon $e^{-\frac{1}{4}\sqrt{\log M(r)}}$.

Ces propositions, ainsi que d'autres semblables, permettent de poursuivre, dans l'ordre d'idées de M. Ostrowski 2 , l'étude sur la répartition des valeurs d'une famille de fonctions $f(\sigma_v z)$ au voisinage d'un point de Julia de 3^{me} genre (3. Art) de la fonction f(z) pour une suite (σ_v) . Quand un point de Julia de 3^{me} genre de f(z) pour une suite (σ_v) ξ possède la propriété suivante: pour tout

¹ Voir dans cet ordre d'idées: W. SAXER, Ueber eine Verallgemeinerung des Satzes von Schottky, Compositio Mathematica, 1934, vol. 1, 207-216.

² A. Ostrowski, Studien über den Schottkyschen Satz, Rehtoratsprogramm der Universität Basel, 1931, 1-111 (41-62).

nombre positif ε , si petit soit-il, et pour un nombre positif c, chacune des fonctions $f(\sigma_v z)$ — peut-être à l'exception d'un nombre fini d'entre elles — admet dans le cercle $|z-\xi|<\varepsilon$ une fois au plus une valeur intérieure au cercle $|w| \leq c$; alors on appellera le point ξ un point de Julia de 6^{me} genre de f(z) pour la suite (σ_v) . Si à une suite (σ_v) correspond un point de Julia de 6^{me} genre au moins, on appellera la suite (σ_v) une suite de Julia de 6^{me} genre pour f(z). A partir de ces définitions on démontre les théorèmes suivants:

Soit (σ_v) une suite de Julia de 3^{me} genre pour f(z) avec le point de Julia ξ ; si à tout nombre positif ε , si petit soit-il, et à tout nombre entier k > 2 arbitrairement grand, on peut faire correspondre un indice $v' = v'(\varepsilon, k)$ tel que dans le cercle $|z - \xi| \leq \frac{\varepsilon}{3}$ chacune des fonctions $f(\sigma_v z)$ admette pour $v \geq v'(\varepsilon, k)$ 2 fois une valeur w_v intérieure au cercle $|w| \leq k$, ou bien la suite (σ_v) contiendra une suite de Julia de 4^{me} genre avec le point de Julia ξ , ou bien chacune des fonctions $f(\sigma_v z)$ admettra dans le cercle $|z - \xi| < \varepsilon$, à partir d'un certain indice $v^* = v^*(\varepsilon, k)$, 2 fois au moins toutes les valeurs intérieures au cercle $|w| \leq k$.

Etant donnée une suite de Julia de 3^{me} genre pour f(z) avec le point de Julia ξ , contenant une suite de Julia de 6^{me} genre avec le point de Julia ξ , et ne contenant aucune suite de Julia de 4^{me} genre avec le point de Julia ξ , à tout nombre positif ε , si petit soit-il, et à tout nombre entier k > 2 arbitrairement grand, on pourra faire correspondre un indice $v' = v'(\varepsilon, k)$ tel que dans le cercle $|z - \xi| < \varepsilon$ chacune des fonctions $f(\sigma_v z)$ admette pour $v \ge v'(\varepsilon, k)$ 1 fois toutes les valeurs intérieures au cercle $|w| \le k$.

Ces théorèmes résultent de théorèmes correspondants plus généraux, relatifs à des suites exceptionnelles, dont le lien avec la théorie des familles quasi-normales de fonctions holomorphes se trouve précisé par la proposition suivante: soit $f_n(z)$ une suite de fonctions holomorphes dans le cercle $|z-\xi| < r$; si à tout nombre fini a, on peut faire correspondre un nombre ε_a et un indice N=N (a,ε) tel que pour tout nombre positif $\varepsilon < \varepsilon_a$ et pour $n \ge N$ (a,ε) les fonctions $f_n(z)$ admettent à l'intérieur du cercle $|z-\xi| < \varepsilon$ une fois la valeur a, le point ξ sera un point irrégulier d'ordre 1.

- 2. R. de Saussure (Berne). Application de la Géométrie des flèches aux cartes météorologiques.
- 3. S. Bays (Fribourg). Sur le nombre des systèmes cycliques de triples différents pour chaque classe ω^1 . Si le

¹ Voir les Commentarii mathem. Helvetici, S. Bays: vol. 2, fasc. IV; vol. 3, fasc. I, II et IV et principalement S. Bays et G. Belhôte, vol. 6, fasc. I, p. 28 à 46.

groupe $\{ |x, 1+x|, |x, \alpha^m x| \}$ est le diviseur métacyclique d'ordre le plus élevé qui laisse un système cyclique de triples S invariant, nous disons que S est de la classe ω .

Soit N=6n+1 premier, $\frac{3n}{d}=2^a$. n_1 , d diviseur de 3n, n_1 impair. Les classes possibles pour un système de triples S déterminé par un système de caractéristiques Σ appartenant à d, sont données par $\omega=2\mu d=2^{a+1}\mu'd$, les μ' étant les diviseurs de n_1 . Il y a une exception pour d=1, où l'ensemble des μ' , qui serait dans ce cas celui des diviseurs de $n_1=\frac{3n}{2^a}$, est à remplacer par celui plus restreint des diviseurs de $n_1'=\frac{n}{2^a}$.

Le nombre des systèmes de triples déterminé par le système des caractéristiques principales (appartenant à d=1) dans la classe 2μ est ainsi le même que le nombre des systèmes de triples déterminé par un système de caractéristiques appartenant à d=3 dans la classe 6μ et ce nombre est:

$$x = \frac{1}{\mu'} \sum_{\mu''/\mu'} \lambda (\mu'') 2^{2a \frac{\mu'}{\mu''} - a - 1}$$
 (1)

où μ'' parcourt les diviseurs de μ' et $\lambda(\mu'')$ est la fonction de Möbius: $\lambda(1) = 1$, $\lambda(\mu'') = (-1)^r$ si μ'' est le produit de r facteurs premiers différents, $\lambda(\mu'') = 0$ si μ'' contient au moins un facteur premier au carré.

Ce nombre est de par sa nature $\equiv 0$. Pour $\mu'=1$ et $\mu'=n_1=\frac{n}{2^a}$, il est positif. Il restait à prouver qu'il est positif pour tous les μ' . L'expression $\sum_{\mu''/\mu'} \lambda(\mu'') \, 2^{\frac{\mu}{\mu''}}$, développée, peut s'écrire, p_1, p_2, \ldots, p_r étant les facteurs premiers différents de $\mu'=\frac{\mu}{2^a}$ rangés par ordre de grandeur:

$$2^{\frac{\mu}{p_1p_2\dots p_r}} \left\{ 2^{p_1p_2\dots p_r} - 2^{p_2p_3\dots p_r} - 2^{p_1p_3\dots p_r} - \dots - 2^{p_1p_2\dots p_{r-1}} + 2^{p_3p_4\dots p_r} + \dots + (-1)^r \right\}.$$

Sous cette forme, en donnant le signe — à tous les termes de la parenthèse excepté le premier et en se servant des inégalités $r < p_r$, $p_1 \ge 3$, on arrive aisément à établir que l'expression est positive.

La démonstration vaut maintenant sans autre pour les autres

valeurs de d, sauf une exception dans le cas où d est diviseur de n, < n et > 3. En effet, l'exception nommée mise à part, le nombre $x(\mu')$ des systèmes de triples différents de la classe ω pour les autres valeurs de d, est, s'il n'est pas directement positif, donné par des expressions qui ne diffèrent de (1) que par l'adjonction d'un facteur constant au premier terme de l'exposant de 2. Ainsi il est établi, sauf pour le cas de l'exception susdite, $qu'il\ y\ a\ des\ systèmes\ de\ triples\ dans\ toutes\ les\ classes\ possibles.$

4. — S. Bays (Fribourg). — Sur les systèmes de caractéristiques appartenant à d=3. — La théorie des caractéristiques est basée essentiellement sur le fait suivant 1: α étant une racine primitive de $N, \alpha^0, \alpha^1, \ldots, \alpha^{3n-1}$, (1), représentent les entiers $1, 2, \ldots, 3n$ (2), dans un certain ordre; $\alpha^{3n}, \alpha^{3n+1}, \ldots$ les reproduisent périodiquement dans le même ordre. Nous appelons les exposants dans (1) les indices absolus des entiers correspondants dans (2). Les caractéristiques, qui sont des triples de la forme $\alpha^a \alpha^b \alpha^c$, se répartissent en colonnes de caractéristiques, cycliques par les exposants. Les colonnes de ces exposants, réduites mod 3, donnent les trois types possibles:

Type I:
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$
 où les trois restes sont égaux, $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ où les trois restes sont différents, $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ Type III: $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ou $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ou deux restes sont égaux. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ou deux restes sont égaux.

Cherchant une indication sur le nombre des systèmes de caractéristiques appartenant à d=3, systèmes qui sont fournis directement par les colonnes du type II, nous avons été conduit à l'énoncé suivant, par sa nature même très plausible:

Soit les entiers 1, 2, ..., 3n dans l'ordre naturel. Soit la suite correspondante de leurs indices absolus 0, a, ..., i. Nous réduisons ces indices mod 3. Dans la suite réduite, ainsi obtenue, chacune des 9 séquences possibles, 00, 01, 02, 10, 11, 12, 20, 21, 22 doit tendre à se présenter le même nombre de fois, c'est-à-dire $\frac{3n-1}{9}$ fois, n augmentant indéfiniment. Il en résulte que les types I, II et III des

¹ Nous entendons par \underline{a} la valeur absolue du plus petit reste positif ou négatif de l'entier a (mod. N).

colonnes réduites ci-dessus doivent tendre à se présenter respectivement $\frac{3n-1}{27}$, $\frac{2(3n-1)}{27}$, $\frac{6(3n-1)}{27}$ fois, N augmentant indéfiniment.

La concordance avec les nombres exacts, pour les trois types de colonnes, pour les premières valeurs de N est remarquable. Nous donnons ci-dessous les résultats pour le type II, c'est-à-dire pour le nombre des systèmes de caractéristiques appartenant à d=3, pour les N inférieurs à 200 et N=997. Le nombre approximatif est l'entier le plus proche de la fraction $\frac{2(3n-1)}{27}$:

Pour N = 13, 19, 31, 37, 43, 61, 67, 73, 79, 97, 103, Nombre
$$exact$$
: —, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 2, 4, 4, Nombre $approch\acute{e}$: —, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 109, 127, 139, 151, 157, 163, 181, 193, 199, 997.

5. — E. Stiefel (Zurich). — Un problème algébrique et sa solution topologique. — Soient $A^{(1)}$, $A^{(2)}$, ..., $A^{(p)}$ des matrices réelles, quadratiques et de rang n, et soient x_1 , x_2 , ..., x_p des variables réelles indépendantes. Supposons que la matrice $A = x_1 A^{(1)} + ... + x_p A^{(p)}$ obtenue par une combinaison linéaire, est non singulière pour tout système de valeurs x_1 , x_2 , ..., x_p à l'exception du système $x_1 = x_2 = ... = x_p = 0$; on dit alors que $A^{(1)}$, $A^{(2)}$, ..., $A^{(p)}$ sont des matrices linéairement indépendantes. Nous nous proposons de déterminer le nombre maximum p'(n), pour n donné, de matrices linéairement indépendantes.

Hurwitz (Werke, vol. II, pp. 565 et 641) et Radon (Hamb. Abh., vol. I, pp. 1-14) ont déterminé, par voie algébrique, le nombre maximum p(n) de matrices $A^{(1)}$, $A^{(2)}$, ..., $A^{(p)}$, pour lesquelles A est non seulement non singulier, mais même orthogonal; ils ont obtenu le résultat suivant

$$p(n) = \frac{n}{u} \quad \text{pour} \quad n \not\equiv 0 \pmod{16} , \qquad (1)$$

$$p(n) = p\left(\frac{n}{16}\right) + 8 \quad \text{pour} \quad n \equiv 0 \pmod{16} , \qquad (2)$$

où u est le plus grand nombre impair contenu dans n.

La relation annoncée dans le titre avec la topologie s'aperçoit dès qu'on considère, outre les nombres p(n) et p'(n), le nombre maximum [p''(n)-1] des champs vectoriels continus, linéairement indépendants qu'on peut construire dans un espace projectif réel à (n-1) dimensions.

Entre ces trois quantités existe évidemment la relation

$$p(n) \leq p'(n) \leq p''(n) \leq n . \tag{3}$$

J'ai établi, par voie topologique, que

$$p''(n) = \frac{n}{u} \quad \text{pour} \quad n \not\equiv 0 \pmod{16} . \tag{4}$$

Donc, d'après (1) et (3)

$$p'(n) = \frac{n}{n} \quad \text{pour} \quad n \not\equiv 0 \pmod{16} . \tag{5}$$

Le cas où n est divisible par 16 n'a pas encore pu être résolu par une méthode topologique.

Les nombres n_i , n_i' , n_i'' , pour lesquels

$$p\left(n_{i}\right) = n_{i}$$
, resp. $p'\left(n_{i}^{'}\right) = n_{i}^{'}$, $p''\left(n_{i}^{''}\right) = n_{i}^{''}$,

présentent un intérêt particulier. On montre notamment que les n_i sont les ordres des systèmes hypercomplexes, sans diviseur nul (mais pas nécessairement associatifs) du corps des nombres réels; les n_i sont les ordres de ceux de ces systèmes pour lesquels le théorème de multiplication des normes est vérifié. Les nombres $(n_i''-1)$ sont les dimensions des espaces projectifs, dans lesquels on peut définir un parallélisme topologique. (L'Enseignement math., t. 33, p. 96-98, 1934.)

De (1) et (2) découle un résultat connu de Hurwitz: $n_i = 1, 2, 4, 8$, tandis qu'on déduit de (5) et (4) le résultat encore incomplet:

$$n_{i}^{'}=1, 2, 4, 8, 16 m_{i}^{'}; \quad n_{i}^{''}=1, 2, 4, 8, 16 m_{i}^{''},$$

où $m_j^{'}$ et $m_j^{''}$ sont des suites de nombres entiers qui restent à déterminer.

6. — O. Spiess (Bâle). — La correspondance des mathématiciens Bernoulli. — La gloire de Léonard Euler a quelque peu éclipsé celle des grands mathématiciens bâlois qui l'ont précédé. Mais pour l'historien, les deux frères Jacques et Jean Bernoulli jouent, aux alentours de 1700, un rôle aussi important qu'Euler 50 ans plus tard. Ils furent pendant longtemps les seuls mathématiciens qui eussent parfaitement compris le Calcul infinitésimal nouvellement créé par Leibniz; et c'est en rapport constant avec l'inventeur qu'ils développèrent, en opposition fréquente avec l'école anglaise de Newton, les méthodes fondamentales de l'Analyse supérieure. Jean Bernoulli a, de plus,

le mérite d'avoir répandu la nouvelle science parmi les mathématiciens les plus éminents de son temps; les centaines de lettres qu'il échangea avec eux sur ce sujet constituent une source de premier ordre pour l'histoire de la science et une documentation précieuse sur les mathématiciens eux-mêmes. Par suite des circonstances, cette source est demeurée presque entièrement inutilisée jusqu'à nos jours; seule la correspondance avec Leibniz a paru (1745) du vivant de Jean Bernoulli; un siècle plus tard, on publia les lettres échangées entre les Bernoulli et le cercle pétersbourgeois (Euler, Fuss, Goldbach); mais la plus grande partie, environ 2000 lettres, demeura dans l'oubli jusqu'à ce que l'astronome et biographe suisse Rud. Wolf perçât le mystère après plusieurs dizaines d'années d'effort. Il découvrit que toute la correspondance scientifique de Jean Bernoulli, ainsi que celle également importante des autres Bernoulli, fut vendue peu avant 1800 par un petit-fils de Jean, partie à l'Académie de Stockholm, partie au prince de Gotha. Il n'en fut fait usage ni d'un côté ni de l'autre; même depuis leur découverte, leur seule existence n'est connue que d'un cercle restreint d'initiés. Il y va de l'honneur de la Suisse, et spécialement de la ville de Bâle, d'arracher enfin ce trésor scientifique à l'oubli, et de le rendre accessible au public. Ceci est heureusement devenu possible depuis peu, grâce à la générosité d'un mécène bâlois, M. le Dr Rudolf Geigy, qui a mis à la disposition de la Société bâloise des Sciences naturelles un capital de 30.000 fr. en vue de la création d'un Fonds Bernoulli. Dans sa séance du 19 juin 1935, la Société a pris acte de cette fondation, et elle a chargé le rapporteur de publier, sous une forme convenable, le précieux héritage scientifique des mathématiciens Bernoulli. Une base financière étant de la sorte assurée à l'entreprise, on est en droit d'en attendre la réalisation prochaine. Quelques démarches préliminaires ont déjà été faites en vue d'obtenir des collaborateurs et un éditeur se chargeant de la publication. La Société mathématique suisse sera tenue au courant des progrès des travaux.

- 7. E. Trost (Zurich). Zur Strukturtheorie der einfachen Algebren. M. Hasse a élucidé complètement la structure d'une algèbre simple ayant pour centre un corps fini de nombres algébriques, en ramenant le problème au problème correspondant pour le cas d'une algèbre dont le centre est un corps de nombres p-adiques. Suivant un procédé de M. Speiser l'auteur aborde ici un exposé nouveau de la théorie, en y remplaçant autant que possible les corps infinis de nombres p-adiques par les systèmes finis de restes par rapport aux modules formés par un idéal premier et ses puissances. (Voir aussi les Actes de la Société helvétique des Sciences naturelles, 1935.)
- 8. A. Weinstein (Cambridge). Eigenwertproblem bei partiellen Differentialgleichungen vierter Ordnung. Il est bien connu que la

méthode de W. Ritz permet de calculer des limites supérieures des valeurs caractéristiques des équations différentielles, mais qu'elle ne donne aucun renseignement sur les limites inférieures de ces quantités.

Nous nous proposons d'indiquer dans la présente communication des *limites supérieures et inférieures* pour la plus petite valeur caractéristique λ des problèmes suivants:

- I. Problème du flambage d'une plaque carrée encastrée.
- II. Problème des vibrations d'une plaque carrée encastrée.

Ces problèmes se ramènent à l'intégration des équations

$$\Delta \Delta w + \lambda \Delta w = 0 \qquad \text{(problème I)} \tag{1}$$

$$\Delta \Delta w - \lambda w = 0$$
 (problème II) (2)

avec les conditions

$$w = 0 , \qquad \frac{dw}{dn} = 0 \tag{3}$$

sur la frontière du carré $|x| \leq \frac{\pi}{2}$, $|y| \leq \frac{\pi}{2}$.

Pour calculer des limites inférieures de λ on substitue aux problèmes énoncés des problèmes modifiés pour lesquels la plus petite valeur caractéristique est inférieure à la valeur cherchée. On obtient comme résultat pour I les inégalités

$$5 \cdot 303 \le \lambda \le 5 \cdot 312 \tag{4}$$

Nous nous proposons de montrer prochainement que l'on déduit de la solution de I immédiatement les inégalités suivantes pour la plus petite valeur caractéristique du problème II:

$$10.60 < \lambda < 13.37$$
 (5)

Des inégalités plus précises s'obtiennent en appliquant au problème II les méthodes de résolution du problème I (voir pour les détails S. Tomotika, Reports of the Aeronautical Research Institute, Tôkyô Imperial University, No. 129, 1935). On obtient alors dans II les inégalités

$$13.294 < \lambda < 13.370 \tag{6}$$

l'erreur étant du même ordre de grandeur que dans (4).

9. — F. K. Schmidt (Iéna). — Zur arithmetischen Theorie der algebraischen Funktionen.

10. — A. Pfluger (Zug). — Sur la croissance de fonctions entières. — Soit $\mathcal{G}(z) = \sum_{0}^{\infty} a_n z^n$ une fonction appartenant à la classe spéciale de fonctions entières d'ordre un de type maximum, pour lesquelles on a

$$\overline{\lim_{r \to \infty}} \, \frac{\log \, \mathrm{M}(r)}{r \, \log \, r} = 1 \, , \qquad \mathrm{Max} \, | \, \mathcal{G}(r \, e^{i \gamma}) \, | \, = \, \mathrm{M}(r) \, .$$

Supposons que la fonction $\frac{1}{z\Gamma(z)}$ appartenant à cette classe ait le développement en série de puissance $\sum_{0}^{\infty} \frac{z^n}{\lambda_n}$. Au moyen des coefficients λ_n du développement, on adjoint à la fonction entière $\mathcal{G}(z)$ la fonction $g(z) = \sum_{0}^{\infty} a_n \lambda_n z^{-n-1}$, régulière à l'infini. Entre la fonction d'appui $k(\varphi)$ du domaine convexe le plus petit, à l'extérieur duquel g(z) est partout régulière et l'indicateur de croissance

$$h(\varphi) = \overline{\lim}_{r \to \infty} \frac{\log |\mathcal{G}(re^{i\varphi})|}{r \log r}$$

on a la relation suivante

$$k(\varphi) = h(-\varphi)$$
.

CHRONIQUE

Première Conférence internationale de Topologie.

Moscou, 4-10 septembre 1935.

Au cours des vacances universitaires de 1935, la Topologie a fait l'objet de deux réunions internationales qui ont permis aux spécialistes les plus éminents d'exposer et de discuter les résultats de leurs recherches. Toutes deux ont obtenu un plein succès. La première s'est tenue à Moscou, du 4 au 10 septembre, sur l'initiative de l'Institut de Mathématiques de l'Université. La seconde a eu lieu à Genève, du 21 au 25 octobre, dans la série des Conférences internationales des sciences mathématiques organisée par l'Université de Genève et dont nous avons reproduit le programme dans un précédent fascicule (L'Enseignement mathématique, XXXIVe année, pages 119-120).