

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 34 (1935)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LA NOTION DE RECOUVREMENT
Autor: Threlfall, W.
Kapitel: 4. — Unicité de la variété de recouvrement universelle.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-26610>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 25.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

simplement connexe d'un caractère spécial. Le caractère spécial consiste en ce que les points étaient des classes de chemins. Puisque nous avons démontré maintenant l'existence de la variété, nous pouvons nous débarrasser de son caractère spécial

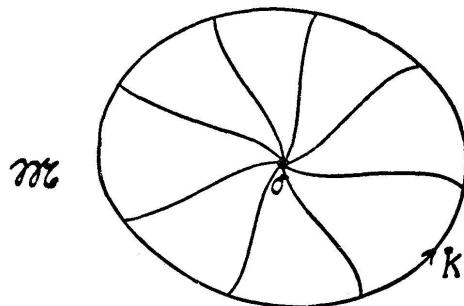


Fig. 6.

et nous entendrons dorénavant par $\hat{\mathfrak{M}}$ de nouveau une variété abstraite. Il est en outre permis dans tous les cas de se figurer cette variété de recouvrement comme une variété ponctuelle qui est au-dessus de \mathfrak{M} .

4. — UNICITÉ DE LA VARIÉTÉ DE RECOUVREMENT UNIVERSELLE.

La démonstration d'unicité de la variété de recouvrement universelle se fait alors de la manière suivante:

Considérons deux variétés de recouvrement simplement connexes $\hat{\mathfrak{M}}$ et $\hat{\mathfrak{M}}'$ de \mathfrak{M} . Soit encore une fois O un point fixe de \mathfrak{M} , \bar{O} resp. \bar{O}' un point quelconque sur $\hat{\mathfrak{M}}$ resp. sur $\hat{\mathfrak{M}}'$, situés tous deux au-dessus de O . Nous allons construire une représentation de $\hat{\mathfrak{M}}$ sur $\hat{\mathfrak{M}}'$.

Soit \bar{P} un point quelconque de $\hat{\mathfrak{M}}$. Nous menons un chemin $\bar{O}\bar{P} = \bar{u}$ (fig. 7), nous le calquons en un chemin $OP = u$ sur \mathfrak{M} et nous recalquons ce dernier en un chemin $\bar{O}'\bar{P}' = \bar{u}'$ de $\hat{\mathfrak{M}}'$. Ce procédé est possible, puisque la représentation G de $\hat{\mathfrak{M}}'$ sur $\hat{\mathfrak{M}}$ est localement topologique; nous renonçons ici à la démonstration rigoureuse.

Nous avons abouti ainsi à un point \bar{P}' bien déterminé, qui sera l'image de \bar{P} . Ce point est indépendant du chemin \bar{u} choisi. Car, $\hat{\mathfrak{M}}$ étant simplement connexe, deux chemins \bar{u} et

\bar{v} partant de \bar{O} et aboutissant à \bar{P} peuvent être déformés l'un dans l'autre en maintenant \bar{O} et \bar{P} fixes. Il en est donc de même de u et v sur \mathfrak{M} , et cette dernière déformation peut être calquée de \mathfrak{M} sur $\hat{\mathfrak{M}}'$; u' et v' aboutissent donc au même point \bar{P}' .

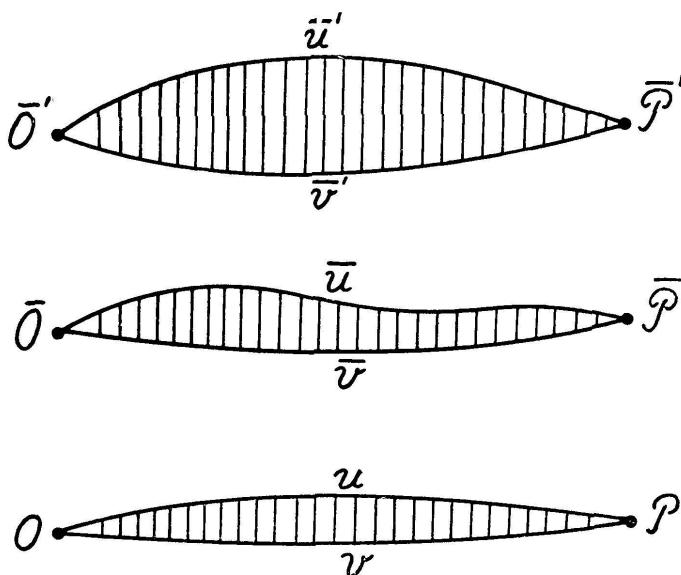


Fig. 7.

Puisque $\hat{\mathfrak{M}}'$ est simplement connexe, la représentation $\bar{P} \rightarrow \bar{P}'$ possède une inverse univoque et continue; la relation entre \mathfrak{M} et $\hat{\mathfrak{M}}'$ est donc topologique. Deux points correspondants \bar{P} et \bar{P}' étant situées au-dessus du même point fondamental P , nous pouvons considérer \mathfrak{M} et $\hat{\mathfrak{M}}'$ comme une même variété de recouvrement, conformément à la définition de la variété de recouvrement.

Le théorème d'existence et d'unicité de la variété universelle de recouvrement est donc complètement démontré.

Si nous considérons $\hat{\mathfrak{M}}'$ et \mathfrak{M} comme confondus, la démonstration montre en même temps qu'il existe une représentation topologique F de la variété \mathfrak{M} sur elle-même, transformant un point \bar{O} au-dessus de O en un autre point quelconque \bar{O}' , lui aussi au-dessus de O . Une transformation de ce genre est dite une transformation de \mathfrak{M} en soi. Les transformations de \mathfrak{M} en soi forment un groupe dont l'ordre est égal au nombre de feuillets du recouvrement (qui d'ailleurs peut être infini); c'est le groupe de superpositions de \mathfrak{M} (Deckbewe-

gungsgruppe). Nous retrouvons \mathfrak{M} à partir de $\hat{\mathfrak{M}}$ en identifiant les points équivalents par rapport à ce groupe.

Par exemple, le recouvrement universel du tore est le plan euclidien, car celui-ci est simplement connexe, et les transformations du plan euclidien en soi sont les translations conservant le réseau quadratique. Le domaine de discontinuité de ce groupe de superpositions est un carré dont les côtés opposés sont équivalents; en les identifiant on a la surface fermée du tore.

Soit dit en passant, le groupe de superpositions de $\hat{\mathfrak{M}}$ est toujours isomorphe au groupe fondamental de \mathfrak{M} , on pourra donc sans autre introduire le groupe fondamental comme groupe de superpositions de la variété de recouvrement universelle.

Ce n'est pas en vain que nous avons insisté avec tant d'énergie sur le théorème d'existence et d'unicité. Nous en ferons des applications importantes à trois des plus beaux problèmes mathématiques: la classification des surfaces de Riemann, des formes spatiales et des groupes continus.

5. — LES SURFACES DE RIEMANN ET LE THÉORÈME D'UNIFORMISATION.

En théorie des fonctions il s'agit de surfaces de Riemann¹. Une surface de Riemann y est définie comme une variété à deux dimensions portant une métrique angulaire; la représentation conforme de deux surfaces de Riemann a donc un sens bien déterminé. Pour être plus précis, il faudra donc ajouter aux trois axiomes de la variété du § 1 la condition de conformité:

Un voisinage de tout point P est rapporté à une variable complexe qui est appelée uniformisante locale. C'est-à-dire, le voisinage est représenté sur une partie du plan complexe. Soient Q un point du voisinage $\mathfrak{B}(P)$, t_P et t_Q des uniformisantes locales en P et Q; t_Q devra être une fonction analytique de t_P .

Il est permis de parler de fonctions analytiques sur une surface de Riemann de ce type. Il est également possible de représenter

¹ H. WEYL, *Die Idee der Riemannschen Fläche* (Leipzig, 1923).