

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 34 (1935)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** LE PROBLÈME DES DEUX CORPS EN RELATIVITÉ GÉNÉRALE  
**Autor:** Levi-Civita, T.  
**Kapitel:** 4. — Rappel des deux principes fondamentaux de la relativité générale.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-26607>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 24.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Ceci suffit pour montrer qu'en général  $u_{h|Q}$ , loin d'être négligeable vis-à-vis de  $U_h$ , est beaucoup plus grand, à cause du facteur  $R/D$ , ordinairement très grand dans le cas des corps célestes. On pourra se permettre d'effacer tout bonnement  $u_{h|Q}$  devant  $U_h$ , seulement dans le cas évident *a priori*, où la masse  $m_h$  du corps envisagé serait infiniment petite (corps d'épreuve); ou du moins tellement petite par rapport à  $m_{h+1}$  qu'il devienne loisible de négliger le produit des deux rapports  $m_h/m_{h+1}$  et  $R/D$ . Quoi qu'il en soit, on pourra reconnaître que, dans l'approximation, qui sera bien précisée au n° 5, l'influence relativistique des potentiels intérieurs n'est pas si profonde qu'on pourrait le croire à première vue, et se laisse saisir sans calculs gênants.

#### 4. — RAPPEL DES DEUX PRINCIPES FONDAMENTAUX DE LA RELATIVITÉ GÉNÉRALE.

La conception dominante de la Relativité générale est l'interdépendance entre les phénomènes — dans notre cas, simplement l'existence et le mouvement des corps célestes — et la nature géométrique de l'espace-temps où ils se passent. Quelles que soient les coordonnées de temps et d'espace  $x^0, x^1, x^2, x^3$ , auxquelles on se rapporte, la forme du  $ds^2$  englobant la métrique à quatre dimensions est

$$ds^2 = \sum_{i,k}^3 g_{ik} dx^i dx^k, \quad (10)$$

les  $g_{ik}$  étant des fonctions des  $x$  fournies par les circonstances physiques à travers les célèbres équations de gravitation dues à Einstein. C'est le *principe gravitationnel*.

L'autre loi (formulée par Einstein, avant même d'avoir reconnu les liens des  $g_{ik}$  avec la matière et son mouvement) est le *principe géodésique*. Il affirme que, dès qu'on a affaire à une métrique (10), le mouvement de tout élément matériel est caractérisé par une *ligne géodésique propre de ce  $ds^2$* . Sous l'aspect analytique c'est comme dire que les mouvements propres (le long desquels  $ds^2 > 0$ ) sont définis par le principe variationnel

$$\delta \int ds = 0. \quad (11)$$

La variation qui doit s'annuler se rapporte, dans l'image géométrique quadridimensionnelle, au passage de la ligne *horaire* dont il s'agit à toute autre ligne infiniment voisine, ayant mêmes extrémités. Il faut donc attribuer, dans (11), aux quatre coordonnées  $x^0, x^1, x^2, x^3$ , des accroissements infiniment petits, sauf la condition de s'annuler aux extrémités. Mais on démontre<sup>1</sup> qu'on peut se passer de faire varier  $x^0$ , puisque, de ce fait, le premier membre de (11) subit une variation, qui s'annule en conséquence des conditions provenant de la variation des trois coordonnées d'espace  $x^1, x^2, x^3$ . Ceci posé, attribuons à (11) une forme équivalente, mais plus avantageuse pour les comparaisons éventuelles avec l'ancienne mécanique. Pour cela il convient avant tout de séparer, dans la somme

$$\sum_{i,k=0}^3 g_{ik} dx^i dx^k,$$

les termes dont les deux indices  $i, k$ , ou un seul, sont zéro. On a ainsi de (10)

$$\frac{ds^2}{(dx^0)^2} = g_{00} + \sum_{i=1}^3 g_{0i} \frac{dx^i}{dx^0} + \sum_{i,k=1}^3 g_{ik} \frac{dx^i}{dx^0} \frac{dx^k}{dx^0},$$

et, en posant

$$\mathcal{L} = \frac{ds}{dx^0} = \sqrt{g_{00} + \sum_{i=1}^3 g_{0i} \frac{dx^i}{dx^0} + \sum_{i,k=1}^3 g_{ik} \frac{dx^i}{dx^0} \frac{dx^k}{dx^0}}, \quad (12)$$

on peut écrire la loi du mouvement (11) sous la forme

$$\delta \int \mathcal{L} dx^0 = 0, \quad (11')$$

en y regardant en surplus  $x^0$  comme un paramètre non soumis à variation.

---

<sup>1</sup> Voir par exemple mes *Fondamenti di meccanica relativistica* (Bologna, Zanichelli, 1928), p. 4.