**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

**Band:** 34 (1935)

**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: Ernst August Weiss. — Einführung in die Liniengeometrie und

Kinematik (Teubners Mathematische-Leitfäden, Band 41). — Un volume in-8° de vi-122 pages. Prix, cartonné, R.M. 7.60. B. G.

Teubner, Leipzig et Berlin, 1935.

Autor: Buhl, A.

## Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

## **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

## Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 10.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Ensuite ce sont les considérations arithmétiques auxquelles j'ai déjà fait allusion. La Théorie des Nombres y trouve son compte avec un théorème de Fermat déjà rapproché des groupes par G.-A. Miller en un article encore publié ici (29<sup>me</sup> année, 1930, p. 7).

Les considérations algébriques déjà mentionnées vont jusqu'à une esquisse de la théorie de Galois. Les géométries algébrique, réglée, cayleyenne conduisent aux géométries non holonomes qui doivent tant aux travaux de M. Elie Cartan; ce serait encore le cas de citer Schouten et Struik. Enfin, toujours dans le même ordre d'idées, nous terminons par la transformation des algorithmes, des théories elles-mêmes. Presque tout est encore emprunté à M. Elie Cartan et avec quelle justesse, avec quelle justice! Algèbre tensorielle, nombres hypercomplexes, quaternions, calcul extensif de Grassmann, formules stokiennes par transformations immédiates et intuitives d'intégrales multiples; il y a introduction à tout. Une cinquantaine d'exercices, encore très intuitifs, invitent à d'autres reconstructions théoriques. Mais à quelle forme d'admiration un tel ouvrage n'invite-t-il pas?

A. Buhl (Toulouse).

Ernst August Weiss. — **Einführung in die Liniengeometrie und Kinematik** (Teubners Mathematische-Leitfäden, Band **41**). — Un volume in-8° de vi-122 pages. Prix, cartonné, R.M. 7.60. B. G. Teubner. Leipzig et Berlin, 1935.

Encore une œuvre qui éveille des réminiscences mais quelle œuvre n'en éveillerait point. Ici je me reporterais volontiers aux Geometrische Konfigurationen de Friedrich Levi et aux Notions sur la Géométrie réglée de G. Bouligand (voir L'Ens. mathématique, t. 28, 1929, pp. 331 et 338). Il s'agit d'une Géométrie, issue de celle des complexes, qui revient à l'étude d'une multiplicité quadratique dans un espace à 5 dimensions cependant que la Cinématique est en posture analogue dans l'espace à 7 dimensions. La première conception est de F. Klein, la seconde de E. Study dont M. Weiss est un brillant disciple. On pourra encore se reporter, dans L'Enseignement mathématique (t. 29, 1930, p. 225) à un Eloge funèbre que le disciple a consacré au Maître.

On part du complexe linéaire et des coordonnées de Plücker; les six coordonnées plückériennes sont tout de suite coordonnées homogènes pour un point d'un  $R_5$  où l'identité de Plücker donne la  $M_4^2$  dont l'équation se met sous la forme kleinéenne

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 + x_6^2 = 0$$
.

Vraiment, voilà un début qui est tentant et tout le reste justifie la tentation initiale; il me semble qu'il n'y a pas, dans ce livre, une seule formule qui ne porte la trace évidente de quelque symétrie. Naturellement la  $M_4^2$  précédente admet des générations par multiplicités linéaires et en redescendant ainsi vers l'élémentaire on trouve (ce qui ne se traduit pas toujours très bien en français) des forêts, des buissons, des faisceaux de complexes et finalement de simples configurations constructibles, avec un nombre fini de droites, à la manière des théorèmes de Desargues et de Pascal.

Mais quelle envolée généralisatrice! R. Weitzenböck a donné toute une symbolique pour la représentation des complexes d'où une nouvelle manière de faire surgir les plus remarquables configurations (Möbius, Kummer, ...). Différents modes de projection appliqués aux figures hypersphériques donnent, dans l'espace ordinaire, toute une géométrie qui est celle des cyclides, notamment celle de la cyclide de Dupin. Ici se place également la fameuse configuration de Study dite double-cinq (Doppelfünf). Plus loin est celle de Petersen et Morley. Les considérations métriques hyperspatiales sont également propres à éclairer, d'un jour nouveau, la métrique de l'espace ordinaire.

Soyons brefs quant à la Cinématique. Elle n'est pas moins merveilleuse que la géométrie qui précède. Elle donne immédiatement et naturellement les quaternions de Hamilton. Elle conduit aux Somen de Study (Soma au singulier) qui admettent de remarquables considérations duales. Tout est remarquable dans cet ouvrage aussi substantiel que bref qui, par son aboutissement cinématique, pourrait conduire à une Mécanique générale. Il y a vraiment là tout un Univers construit avec une élégance qui sera, sans doute, bien difficile à surpasser.

A. Buhl (Toulouse).

Erich Salkowski. — Affine Differentialgeometrie (Göschens Lehrbücherei, I. Gruppe, Reine und angewandte Mathematik. Band 22). — Un volume gr. in-8° de 204 pages et 23 figures. Prix, relié, R.M. 10. Walter de Gruyter & Co. Berlin W et Leipzig, 1934.

Ceci est essentiellement un ouvrage d'enseignement comme il commence à en exister beaucoup de par le monde, en France moins qu'ailleurs, hélas! Il s'agit de reprendre les théories les plus ordinaires concernant la géométrie des lignes et des surfaces avec des considérations groupales et tensorielles. Les considérations affines sont naturellement les plus indiquées car, si j'écris

$$\mathbf{P}_{\boldsymbol{\lambda}} = \mathbf{a}^k_{\boldsymbol{\lambda}} \, \mathbf{P}_k \ , \quad \ \mathbf{P}_{\boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{\mu}} = \mathbf{a}^i_{\boldsymbol{\lambda}} \, \mathbf{a}^k_{\boldsymbol{\mu}} \, \mathbf{P}_{ki} \ ,$$

je n'ai d'abord qu'une affinité dont la généralisation est manifeste pour un tenseur d'ordre 2 et, de là, pour un tenseur d'ordre quelconque. Combien il est étonnant que des choses si simples, bien qu'entrevues par quelques précurseurs de génie tels Grassmann, aient eu besoin des théories einsteiniennes pour s'imposer.

Les courbes planes sont ici analysées sommairement quant aux notions de courbure, mais non sans aboutissement à l'équation naturelle ou intrinsèque, et le livre n'est pas sans rappeler la *Natürliche Geometrie* de G. Kowalewski, publiée, en 1931, dans la même collection et analysée ici même.

Cette impression s'accentue, dans la seconde partie, avec la géométrie affine de l'espace.

Les notions métriques prennent leur plus grande valeur, sur les surfaces ou espaces de Riemann à deux dimensions. Les directions conjuguées sont orthogonales, les directions asymptotiques sont isotropes, en donnant, bien entendu, aux mots soulignés leur sens métrique général et non le sens euclidien. Les lignes géodésiques sont liées au point de vue variationnel.