**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

**Band:** 34 (1935)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: Antoni Zygmund. — Trigonometrical Series (Monografje

Matematyczne, tome V). — Un volume gr. in-8° de iv-332 pages. Prix: 5 dollars U.S.A. Seminar. Matem. Uniw. Warsz. Oczki, Nr. 3.

Warszawa, 1935.

Autor: Buhl, A.

## Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

## **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

## Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 10.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

De Tilly mais qui devait cependant se relever glorieusement sous le règne du roi Albert.

Notre grand Henri Poincaré ne me paraît pas avoir d'erreur grave; à propos du spectre cannelé il en fait une corrigée par Arth. Schuster dans une Note aux *Comptes rendus* présentée par Poincaré lui-même! Voilà qui est bel et bien et tout à fait dans la manière de l'illustre savant. Et quelles erreurs celui-ci n'a-t-il pas corrigées en dévoilant la divergence des séries de la Mécanique céleste, d'abord seul et ensuite contre Gyldén.

J'arrête ces citations très improvisées. Elles suffisent à éveiller tout l'intérêt mérité par une œuvre curieuse et profonde. L'impression du volume est curieuse aussi; elle n'est faite que sur les pages de gauche et en travers si bien que sous chacune de ces pages on a un espace, de même étendue, complètement blanc. Pourquoi? Probablement pour que l'on soit tenté d'intercaler beaucoup de notes manuscrites qui, communiquées à l'auteur, lui permettront d'élaborer une seconde édition plus intéressante encore. Toutefois, en attendant celle-ci, nous ne pouvons que pronostiquer, à nouveau, le succès de la première.

A. Buhl (Toulouse).

Antoni Zygmund. — **Trigonometrical Series** (Monografje Matematyczne, tome V). — Un volume gr. in-8° de 1v-332 pages. Prix: 5 dollars U.S.A. Seminar. Matem. Uniw. Warsz. Oczki, Nr. 3. Warszawa, 1935.

Ces Monographies polonaises continuent décidément à se distinguer. En examinant ce nouveau volume, j'y ai cependant retrouvé quantité de choses déjà rencontrées en des ouvrages américains analysés en notre dernier fascicule, ouvrages qui empruntaient beaucoup, eux-mêmes, à la science de l'ancien continent. Une marée mathématique nouvelle balaie le globe; le lieu d'étude est peut-être assez différent mais il faut être « au niveau ». Voici un nouveau Traité sur les Séries trigonométriques qui ne manque point d'y être. De plus, la Pologne s'égale aux pays de grande et profonde production mathématique.

Les débuts du livre sont particulièrement engageants. Séries trigonométriques déduites de séries entières. Transformation d'Abel, pour les sommes en  $u_k v_k$ , qui fait déjà penser à la moyenne de Cesàro. Orthogonalité et séries de Fourier qui apparaissent dès que la représentation fonctionnelle est en jeu et alors intégration poussée tout de suite jusqu'à la conception de Stieltjes. Le module de continuité, de Lebesgue,  $\omega(\delta)$ , relatif à un intervalle  $\delta$  et à un maximum d'oscillation dans cet intervalle, permet de majorer facilement les coefficients d'un développement de Fourier. Puis apparaissent les intégrales qui correspondent à des développements limités, notamment les « noyaux de Dirichlet » suivis de « tests » plus modernes dus à Dini, Jordan, Young, La Vallée Poussin, Lebesgue, Hardy-Littlewood,...; tous ont la forme intégrale et sont parfois apparentés.

La sommabilité peut être incluse en la théorie des matrices, ce que la transformation d'Abel, déjà citée, laissait prévoir. Le théorème de Fejér possède maintenant de nombreux corollaires et aboutissements divers.

D'une extrême importance est le Chapitre IV relatif aux classes de fonctions et aux séries de Fourier. Après de nombreux théorèmes (Young, Riesz-Fischer, Hardy, ...) il découvre, plus généralement, des classes d'opérations fonctionnelles situables en des espaces linéaires et métriques, donc

physiquement utilisables. Il y a là un aboutissement aux théories hilbertiennes où les généralités sont vues avec le mécanisme trigonométrique parfois particulier mais d'un jeu toujours manifeste.

Cet esprit se poursuit avec le Chapitre V consacré à des séries spéciales mais propres à éclairer de mieux en mieux la théorie générale; il faut

signaler tout spécialement les séries lacunaires.

Le Chapitre VI traite de la convergence absolue des séries trigonométriques. Le sujet est entièrement moderne avec Lusin, Denjoy, Fatou, Wiener.

Le chapitre VII traite de la série conjuguée qui, associée à une série primitive, permet de faire apparaître une série à variable complexe rappro-

chant le tout de la théorie des fonctions analytiques.

Viennent (chapitre VIII) les séries divergentes et le fameux phénomène de Gibbs, souvent signalé, qui consiste en une représentation d'une discontinuité par une courbe continue approchée mais qui n'approche point la discontinuité en question sans une sorte d'élan qui la dépasse de part et d'autre. Les exemples et exercices divers qui terminent ce chapitre montrent d'ailleurs que ce n'est pas l'un des moins accessibles à l'analyse brillante.

Les coefficients de Fourier satisfont (chapitre IX) à un type de relations inauguré par le théorème de Parseval mais largement généralisé avec l'aide d'exposants fractionnaires. Ici se placent notamment les théorèmes de Paley, jeune savant mort prématurément et dont nous avons parlé récemment à propos des Fourier Transforms in the Complex Domain. Après de nouveaux théorèmes sur la sommabilité et la convergence (chapitre X) et la Théorie de Riemann (chapitre XI), l'ouvrage se termine d'ailleurs par ces Fourier Transforms et, plus généralement, par les intégrales de Fourier. Un autre volume aurait pu être consacré à ces intégrales; celui qui vient d'être écrit suffit toutefois à donner une idée récente et des plus claires de l'une des plus belles disciplines mathématiques.

A. Buhl (Toulouse).

J. A. Schouten und D. J. Struik. — Einführung in die neueren Methoden der Differentialgeometrie. Deuxième édition. Tome I: Algebra und Uebertragungslehre, von J. A. Schouten. — Un volume gr. in-8° de x11-204 pages. Prix: broché, Fl. 6; relié, Fl. 6,90. P. Noordhoff N. V. Groningen-Batavia. 1935.

Ce bel ouvrage, dédié à M. Tullio Levi-Civita, n'est, en effet, que le Calcul différentiel absolu. Mais, depuis une dizaine d'années, que de chemin parcouru! Les dérivées partielles ordinaires ou généralisées n'ont plus que des notations à indices et il en est de même pour les jacobiens. Dans ces conditions, toute la notation semble algébrique et l'exposé peut commencer par un premier chapitre se rapportant très simplement à une algèbre à indices. C'est aussi l'algèbre des objets géométriques, objets transformables en d'autres sans que le procédé de transformation puisse jamais altérer l'objectivité dont il s'agit, l'algèbre des groupes, des géométries kleinéennes, de grandeurs ou quantités d'une merveilleuse richesse. Ces grandeurs sont des scalaires, des vecteurs co- ou contravariants, des affineurs de valence quelconque, des densités scalaires ou affines; on peut leur associer des grandeurs conjuguées d'où les constructions hermitiques auxquelles on a, le plus souvent, donné une origine intégrale mais qui sont