J. H. M. Wedderburn. — Lectures on Matrices (American Mathematical Society Colloquium Publications, Volume XVII 1). —Un vol. gr. in-8° (27 x 17) de viii-200 pages. Prix: $3. Published by the American Mathematical Society. New-York. 1934.

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **33 (1934)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.09.2024**

Analyse que l'on regrette si souvent de mal savoir quand on cherche à lire les ouvrages consacrés à la Physique intra-atomique. Nous avons maintenant de quoi l'apprendre dans un style des plus clairs, des plus esthétiques et des plus profonds. A. Buhl (Toulouse).

J. H. M. Wedderburn. — **Lectures on Matrices** (American Mathematical Society Colloquium Publications, Volume XVII [1]). — Un vol. gr. in-8° (27 × 17) de VIII-200 pages. Prix: $3. Published by the American Mathematical Society. New-York. 1934.

Ce volume consacré à la Théorie des matrices considérée en elle-même n'est pas d'une inspiration absolument nouvelle. Il rappelle notamment l'œuvre de H. W. Turnbull et A. C. Aitken déjà analysée dans la présente Revue (t. 31, 1932, p. 135). Il peut servir d'introduction à l'étude du volume précédent de M. H. Stone car il nous familiarisera ainsi avec les matrices finies avant de nous imposer les matrices infinies à la Hilbert. Tous ces exposés doivent une prodigieuse impulsion à la Mécanique des quanta, mais les géomètres purs qui les traitent tiennent, dans les circonstances présentes, à rester purs, ce qui peut se traduire par le renoncement à des intuitions utiles mais ce qui est une manière d'agir absolument défendable en soi. D'ailleurs, l'esprit de rigueur est toujours excellent et l'on peut prétendre que c'est en fouillant la Théorie des matrices qu'on parviendra aux meilleures formes de la science quantique.

Les matrices sont d'abord des instruments de transformation de vecteur à vecteur mais on comprend tout de suite que le vecteur transformé ne joue ici qu'un rôle secondaire; tout l'intérêt est dans l'instrument de transformation. C'est d'ailleurs ainsi que, plus généralement, dans les espaces de groupes, l'intérêt est beaucoup plus dans la structure de l'espace que dans les êtres qui s'y transforment.

Les premiers chapitres nous présentent le calcul matriciel élémentaire, les fonctions algébriques entières dont la variable est une matrice et dans un ordre d'idées qui semble être celui de la Théorie des déterminants. Sur toute matrice carrée, on peut lire un déterminant, ce qui ne signifie pas du tout qu'à toute transformation invariante du déterminant correspond une transformation invariante de la matrice mais il est fort intéressant de prendre pour guide les invariances du déterminant et de chercher ce qui leur correspond dans la théorie matricielle. M. Wedderburn semble avoir été dirigé par cette idée. Les matrices *composées* ont ainsi pour éléments les mineurs d'ordre quelconque d'un déterminant.

Au premier rang des matrices particulières sont les matrices hermitiennes auxquelles il faut joindre bientôt les matrices unitaires et les matrices orthogonales.

La recherche des matrices commutatives ne va pas sans d'intéressants schèmes quasi-géométriques quant à la distribution des éléments matriciels. Voilà qui n'est pas sans rappeler les *Geometrische Konfigurationen* de F. Levi (voir *L'Ens. math.*, t. 28, 1929, p. 331). Il y a aussi des méthodes de formation, par calculs rationnels, qui peuvent aboutir, en particulier, aux élégantes identités de Sylvester.

---

[1] Nous analysons ici le volume XVII après le volume XV. Pour XVI (G. A. Bliss) voir tome précédent, 1933, p. 419.

L'intérêt devient immense avec les fonctions quelconques dont la variable est une matrice. Un polynome matriciel à deux variables égalé à zéro et d'où l'on tente d'extraire l'une de ces variables conduit à une généralisation matricielle de la fonction algébrique ! Il est à peine besoin de dire que l'on sait encore bien peu de choses sur ces généralisations. Les séries entières à variable matricielle ne sont pas toutes hors d'atteinte; Henri Poincaré en a manié quelques-unes sans parler de matrices. Voir, à cet égard, dans *L'Enseignement mathématique* le récent article Schwerdtfeger (t. 32, 1933, p. 304).

Tout ceci conduit aux algèbres linéairement associatives qui ne sont que des constructions groupales diverses. Cet aboutissement est très naturel pour ce que l'on appelait autrefois la Théorie des substitutions linéaires. Le terme de Calcul matriciel a prévalu, sans doute parce que la matrice est une manière de nombre complexe; l'acheminement vers la forme actuelle laisse voir, tout le long de la route, des constructions déjà prodigieuses telles que les quaternions de Hamilton, l'Ausdehnungslehre de Grassmann, les symétries algébriques où excellèrent Cayley dans un but géométrique et Tait dans un but physique. Il faudrait citer ensuite Frobenius, Sylvester, Peano, Brill et tant d'autres. Il y a 549 références dans l'Index qui termine l'ouvrage ce qui prouve que les matrices, aujourd'hui au premier plan, avaient déjà le plus brillant des passés. Grâce à M. Wedderburn, nous allons les connaître mieux encore. A. BUHL (Toulouse).

Marston MORSE. — **The Calculus of Variations in the Large** (American Mathematical Society Colloquium Publications, Volume XVIII). — Un vol. gr. in-8° de x-368 pages. Prix: \$4,50. Published by the American Mathematical Society. New-York, 1934.

Œuvre merveilleuse précédée d'une Préface qui ne l'est pas moins. Je voudrais mettre ici la traduction exacte de cette Préface; faute de place, je me contenterai d'un résumé.

Depuis nombre d'années la recherche des auteurs mathématiques a été orientée par une conception qui peut être désignée par le terme de macro-analyse. Je ne sais si ce mot fera fortune en français bien qu'il soit parfaitement à l'aise dans le texte anglais sous la forme *macro-analysis*. Nous dirions plutôt analyse *au sens large* comme dans le titre du volume. Quoiqu'il en soit, il faut opposer ce sens large au sens étroit de l'Analyse infinitésimale classique, de l'Analyse des fonctions analytiques, c'est-à-dire pourvues de dérivées en nombre infini. Les notions intégrales subsistent en d'immenses domaines où les notions différentielles disparaissent et le Calcul des variations est surtout un Calcul intégral; il est donc tout indiqué pour donner l'un des types du calcul *large*. Il peut profiter de considérations groupales et topologiques où l'infinitésimal n'a rien à voir. Ceci, comme le remarque M. Marston Morse, fut d'abord l'œuvre de Poincaré. Le Calcul fonctionnel s'en mêlant, nous trouvons ensuite Hilbert, si bien que le présent volume, XVIII pourra être comparé, avec grand intérêt, avec le volume XV de M. Stone, précédemment analysé.

Avant d'être *large*, le présent exposé ne manque pas d'être *étroit* et de nous rappeler les positions infinitésimales des questions. Les équations d'Euler sont différentielles, mais ce terrain, pour être infinitésimal, ne suppose pas l'existence de dérivées de tous ordres; en s'en tenant à des ordres bien