

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 33 (1934)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Rubrik:** BIBLIOGRAPHIE

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 27.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

SAXER: Darst. Geometrie mit Uebgn.; Kolloquium; Funktionentheorie. — KOLLROS: Géométrie descriptive avec exercices; Répétition; Mathematik. — MEISSNER: Mechanik. — PLANCHEREL: Introduction à la théorie des fonctions; Théorie des surfaces; Math. Seminar (gemeinsam mit Prof. Hopf u. Polya). — HOPF: Analyt. Geom. u. lineare Algebra, mit Uebgn.; Variationsrechnung. — PAULI: Quantenmechanik. — POLYA: Höhere Math. mit Uebgn.; Einführung in Wahrscheinlichkeitsrechn. u. math. Statistik; Einführung in die Vektorrechn. — BAESCHLIN: Vermessungskunde; Höh. Geodäsie. — AMBERG: Spezielle Didaktik des math. Unterrichts an der Mittelschule mit Uebgn. — BRUNNER: Astronomie (voir Université). — *Chargés de cours*. MARCHAND: Ausgewählte Kapitel aus der Versicherungstechnik. — BERNAYS: Die Hilbertsche Beweistheorie und ihre neue Entwicklung. — GUT: Gruppentheorie. — KIENAST: Ausgewählte Kapitel über Randwertprobleme. — *Privat-docent*. E. VÖLLM: Graph. Methoden u. math. Instrumente.

---

## BIBLIOGRAPHIE

---

David HILBERT. — **Gesammelte Abhandlungen**. Zweiter Band: Algebra, Invariantentheorie, Geometrie. — Un vol. gr. in-8° de VIII-454 pages, 12 figures et un portrait. Prix: RM. 45. Julius Springer, Berlin, 1933.

Ceci est un second volume ne paraissant guère qu'un an après le premier, analysé ici (t. 31, 1932, p. 293). Notre enthousiasme ne faiblira point, quoiqu'il puisse se diviser sur un plus grand nombre de Mémoires. Le tome premier n'en contenait que 11, alors que le nouveau volume en contient 29.

1. Ueber die invarianten Eigenschaften spezieller binärer Formen, insbesondere der Kugelfunktionen (1885, 33 pages. Inaugural-dissertation).
2. Ueber die notwendigen und hinreichenden kovarianten Bedingungen für die Darstellbarkeit einer binären Form als vollständiger Potenz (1886, 4 pages).
3. Ueber einen allgemeinen Gesichtspunkt für invariantentheoretische Untersuchungen im binären Formengebiete (1887, 64 pages).
4. Ueber eine Darstellungsweise der invarianten Gebilde im binären Formengebiete (1887, 15 pages).
5. Ueber die Singularitäten der Diskriminantenfläche (1887, 4 pages).
6. Ueber binäre Formenbüschel mit besonderer Kombinanteneigenschaft (1887, 10 pages).
7. Ueber binäre Formen mit vorgeschriebener Diskriminante (1888, 10 pages).
8. Ueber die Diskriminante der im Endlichen abbrechenden hypergeometrischen Reihe (1888, 7 pages).
9. Lettre adressée à M. Hermite (1888, 6 pages).

10. Ueber die Darstellung definiter Formen als Summe von Formquadraten (1888, 8 pages).
11. Ueber die Endlichkeit des Invariantensystems für binäre Grundformen (1889, 3 pages).
12. Ueber Büschel von binären Formen mit vorgeschriebener Funktionaldeterminante (1889, 11 pages).
- 13-15. Zur Theorie der algebraischen Gebilde, I, II, III (1888-89, 23 pages).
16. Ueber die Theorie der algebraischen Formen (1890, 59 pages).
17. Ueber die diophantischen Gleichungen vom Geschlecht Null. Zusammen mit A. Hurwitz (1891, 6 pages).
18. Ueber die Irreduzibilität ganzer rationaler Funktionen mit ganzzahligen Koeffizienten (1892, 23 pages).
19. Ueber die vollen Invariantensysteme (1893, 58 pages).
20. Ueber ternäre definite Formen (1893, 22 pages).
21. Ein Beitrag zur Theorie des Legendreschen Polynoms (1894, 4 pages).
22. Zur Theorie der aus  $n$  Haupteinheiten gebildeten komplexen Gröfsen (1896, 5 pages).
23. Ueber die Theorie der algebraischen Invarianten (1893, 8 pages).
24. Ueber diophantischen Gleichungen (1897, 6 pages).
25. Ueber die Invarianten eines Systems von beliebig vielen Grundformen (1914, 3 pages).
26. Ueber die Gleichung neunten Grades (1927, 8 pages).
  - a) Nachwort zu Hilberts algebraischen Arbeiten. Von B. L. van der Waerden (3 pages).
  - b) Zu Hilberts Grundlegung der Geometrie. Von Arnold Schmidt (11 pages).
27. Ueber die reellen Züge algebraischer Kurven (1891, 24 pages).
28. Ueber Flächen von konstanter Gauzscher Krümmung (1901, 12 pages).
29. Ueber die Gestalt einer Fläche vierter Ordnung (1909, 5 pages).

Toutes ces productions ont, en général, une remarquable homogénéité laquelle, dans ces conditions, ne défie pas absolument une analyse globale.

Il s'agit surtout de l'action de certains *opérateurs*, sur des formes, avec considération des invariances qui en résultent. Or ces opérateurs appartiennent surtout à deux types. Ce sont, en premier lieu, des opérateurs différentiels tels des formes linéaires aux dérivées partielles ou des assemblages de dérivations plus ou moins comparables à des déterminants fonctionnels; ce sont, en second lieu, des substitutions principalement linéaires que l'on écrirait aujourd'hui sous forme de matrices. Il apparaît ainsi que, comme l'œuvre de Charles Hermite, celle de David Hilbert a été dirigée, plus ou moins consciemment, vers la Physique théorique. Et, bien que le sujet soit encore ardu, il l'est moins que la Théorie des Nombres du tome premier.

D'ailleurs le Mémoire 1 est la Thèse du célèbre géomètre; il a dû commencer par des choses simples et d'ailleurs bien dans la note indiquée. Des opérateurs différentiels  $D$  et  $\Delta$  donnent un opérateur fonctionnel  $[F]$  développable en série de puissances de  $D$  et de  $\Delta$ . Puis viennent des déterminants en  $D$  et  $\Delta$ . Les fonctions sphériques s'insèrent remarquablement dans ce symbolisme. Le Mémoire 4 reprend et complète 1; plus loin, 13, 14,

15 s'inspirent encore de développements en  $D$  et  $\Delta$ . Difficultés de calcul en 16 mais finalement remarquable apparition d'un dalembertien. Résultats à la Cartan en 22.

Après 26, M. van der Waerden, analyse l'influence de 16 et de 19 sur le développement de l'Algèbre. M. Schmidt revient ensuite sur la célèbre axiomatique géométrique de Hilbert. En 28, les surfaces à courbure totale constante sont particulièrement étudiées avec l'aide de leurs lignes asymptotiques. Sur ces insignifiantes citations, il ne nous reste qu'à faire un vibrant appel aux amateurs de belle et profonde analyse.

A. BUHL (Toulouse).

F. ENRIQUES et O. CHISINI. — **Lezioni sulla Teoria geometrica delle Equazioni e delle Funzioni algebriche.** Volume IV. Funzioni ellittiche e abeliane. — Un vol. gr. in-8° de VIII-274 pages. Prix: Lire 60. Nicola Zanichelli, Bologna, 1934.

Cette région de l'Analyse semble d'une impérissable beauté; elle ne saurait pâlir à côté des développements ensemblistes et demeure inaccessible aux échafaudages d'inégalités. Elle est partout travaillée, comme le prouvent les *Algebraic Functions* de Gilbert Bliss analysées dans notre dernier fascicule (p. 419) et, en s'étendant, elle perd une grande partie de la terrible apparence qu'elle avait autrefois, par exemple dans Jordan. Ceci est particulièrement vrai avec MM. Enriques et Chisini qui, dans leur titre, nous parlent surtout de théorie géométrique. Notons aussi que le présent et quatrième volume paraît pouvoir être étudié, très aisément, indépendamment des précédents.

Un premier chapitre est consacré aux intégrales et aux fonctions elliptiques. Bliss avait déjà fait preuve d'ingéniosité en partant du théorème de Cauchy; il en est de même ici, ce théorème étant écrit avec une intégrale en  $ydx$ . Cette notation rappelle bien les principes du Calcul intégral tels que nous les avons toujours défendus. La première intégrale elliptique est attachée à une cubique et c'est naturellement l'intégrale de première espèce avec son invariance par le groupe projectif. Les intégrales de seconde et de troisième espèce apparaissent avec toute leur importance dès qu'il s'agit de s'en servir pour exprimer les fonctions rationnelles d'un point de la cubique. C'est déjà la possibilité d'apercevoir, dans le cas elliptique, les fameux théorèmes de Riemann-Roch et d'Abel. C'est aussi avec de telles considérations que l'ouvrage apparaît comme particulièrement original et précieux. La théorie générale des fonctions abéliennes est loin de se calquer, trait pour trait, sur celle des fonctions elliptiques; or, ici, les deux auteurs ont cependant développé tous les rapprochements possibles. Leur premier chapitre est une merveille de préparation ingénieuse.

Le chapitre second est consacré aux intégrales abéliennes. Il emploie naturellement les surfaces de Riemann avec les considérations topologiques qui les accompagnent mais en tirant d'abord de la courbe algébrique et de son genre bien des choses pour lesquelles la topologie riemannienne ne s'impose pas. On peut discuter sur l'opposition des deux méthodes mais puisque, encore une fois, les auteurs nous ont avertis qu'ils se plaçaient au point de vue géométrique, il est fort intéressant de les suivre sur ce terrain.

Le troisième et dernier chapitre est consacré aux Fonctions abéliennes

et au Problème de l'inversion. Il s'agit d'exprimer les coordonnées d'une courbe algébrique quelconque en fonction *uniforme* d'un paramètre. Pour le genre général  $p$ , il n'y a pas de solution directe analogue à celle qui s'obtient pour  $p = 0$  et  $p = 1$ , ce qui correspond d'ailleurs à l'impossibilité, pour une fonction uniforme, d'avoir plus de deux périodes. Mais, sur la courbe, on peut associer  $p$  intégrales en un groupe de  $p$  points et c'est pour ce groupe que se manifeste la représentation uniforme cherchée. Ceci au moyen de fonctions thêta-abéliennes qui sont des fonctions de  $p$  variables. On sait que c'est là l'une des grandes idées d'Abel très perfectionnée par Jacobi. On sait aussi que les fonctions automorphes permettent de résoudre la même question, ce que nous avons déjà expliqué ici, avec détails, soit à propos de la réédition, par Fatou, des *Fonctions algébriques* de P. Appell et Ed. Goursat soit, plus anciennement, à propos de l'œuvre de Poincaré (voir: t. 29, 1930, p. 346; t. 19, 1917; t. 15, 1913). Dans l'ouvrage de MM. Enriques et Chisini ce sont les fonctions thêta-abéliennes qui sont en jeu. La géométrie continue à se développer en beauté, sur ce terrain transcendant, avec les surfaces hyperelliptiques, les surfaces de Jacobi et de Kummer, toutes constructions pour lesquelles l'Ecole française possède les si élégants travaux de Georges Humbert.

Henri Poincaré, Emile Picard ne sont point oubliés dans le domaine analytique, mais malheureusement Paul Appell, Edouard Goursat, Pierre Fatou n'interviennent, en ce qui précède, que comme cités par moi. Nos amis italiens ne m'en voudront point pour cette remarque, d'autant plus que je ne cesserai de conseiller, aux élèves français, comme aux autres, l'étude de ces *Lezioni* pour le cas où l'on voudrait considérer le sujet sous des aspects intuitifs particulièrement élégants. A. BUHL (Toulouse).

Paul TANNERY. — **Mémoires scientifiques** publiés par J.-L. Heiberg et H.-G. Zeuthen. Volume XIII. *Correspondance*, éditée par A. Diès. — Un volume gr. in-8° (24 × 19) de xxxvi-506 pages et 6 planches hors texte. Prix: 100 francs. Edouard Privat, Toulouse. Gauthier-Villars & C<sup>ie</sup>, Paris, 1934.

Les gros et beaux volumes, où se retrouve l'œuvre si vaste de Paul Tannery, continuent à se multiplier. Sans remonter bien loin, nous avons déjà signalé ici (t. 29, 1930, p. 171 et t. 32, 1932, p. 263) la Deuxième édition de *Pour l'Histoire de la Science hellène* et la *Correspondance* du P. Marin Mersenne. Cependant, Paul Tannery n'est plus, les collaborateurs qui ont poursuivi son œuvre disparaissent aussi mais, fait aussi touchant qu'heureux pour l'Histoire de la Science, M<sup>me</sup> Paul Tannery est là pour trouver des collaborateurs nouveaux, pour diriger leur zèle et alimenter leur labeur. Je ne suis pas éloigné de voir, en tout ceci, quelque miracle familial. L'œuvre de Paul Tannery donne l'impression d'une érudition ardue et minutieuse qui ne pouvait guère se développer qu'à l'ombre de quelque cloître universitaire dûment protégé contre tout ce qui peut altérer la sérénité des réflexions; en fait, l'illustre auteur, comme Ingénieur des Manufactures de l'Etat, était chargé d'une lourde direction impliquant un continuel contact avec un important personnel ouvrier. Dans ces conditions, il a fallu de bien rares qualités, manifestées encore aujourd'hui par M<sup>me</sup> Tannery, pour développer tant d'aperçus, d'une philosophie toujours sereine, profonde et délicate, en un milieu technique qui d'ordinaire absorbe toutes les facultés. En tête

de la « Liste des Correspondances » du présent volume, j'aperçois des épées allégoriques liées par un ruban sur lequel on lit la devise: En temps et lieu. Paul Tannery et sa compagne n'eurent guère le choix des lieux mais il eurent certainement des dons supérieurs quant à l'art d'utiliser le temps.

La « Liste » dont il vient d'être question révèle de nombreux Correspondants parmi lesquels il faut surtout signaler George Allman avec 56 lettres, Benjamin Baillaud avec 5, le R. P. Henri Bosmans avec 7, Emile Boutroux avec 5, Henri Brocard avec 27, Moritz Cantor avec 40, Maximilian Curtze avec 26.

Avec Allman et Moritz Cantor, c'est surtout la Science grecque qui est en cause par ses problèmes impossibles, tels celui de la quadrature du cercle, problèmes qui cependant ont fait découvrir tant de choses élégantes, comme, par exemple, les lunules d'Hippocrate. Les opinions à préciser sont d'une étude doublement difficile, tant à cause de la géométrie même qu'à cause de l'ambiguïté de certains mots grecs. La lettre XLIV, de Tannery à Allman, est un modèle de courtoisie en des circonstances contradictoires particulièrement irritantes.

Benjamin Baillaud (décédé à Toulouse en juillet 1934) consulte Tannery sur des divergences de dates entre Képler et Delambre; plus loin, à côté du point de vue scientifique, on trouve la trace des liens qui se sont établis avec la famille Privat.

La correspondance avec Emile Boutroux paraît d'abord se rapporter à la Thèse de ce dernier sur *Le Déterminisme dans ses rapports avec les sciences physiques et les sciences morales*.

Avec Henri Brocard nous tombons dans la géométrie de l'époque cartésienne, dans les célèbres monographies de courbes que le géomètre de Bar-le-Duc donna en modèle à tant de travaux du genre. *L'Intermédiaire des Mathématiciens*, qui nous ramène à Charles-Ange Laisant, est ici un trait d'union dont il faut, à l'heure actuelle, regretter la disparition. Que de services ont été rendus par cette publication !

Et quel intérêt du côté des Cantor. Car il y en a deux: Georg, le père de la Théorie des Ensembles, qui parle déjà du transfini, et Moritz, l'historien à qui la Science grecque est particulièrement familière. Entre les deux, il n'y a que des relations de parenté assez lointaines précisées d'ailleurs par Moritz dans sa lettre XIV. La famille Cantor est une famille israélite du Portugal émigrée en Danemark.

Signalons, en passant, des lettres de l'orientaliste Paul Casanova avec textes arabes. Terminons avec Maximilian Curtze, historien du Moyen Age, à qui la Science arabe était aussi très familière. Que de lettres où il remercie Tannery avec enthousiasme.

Et, avec Curtze, nous ne sommes qu'à la fin des C. D'autres volumes de *Correspondance* vont évidemment suivre. Ce sera toujours de l'Histoire, plus vécue qu'interprétée, en laquelle on est souvent bien étonné de trouver des origines lointaines à tant de sujets travaillés aujourd'hui avec une insouciance du passé parfois un peu trop grande. A. BUHL (Toulouse).

**Actualités scientifiques.** — Fascicules gr. in-8°, avec figures et planches, se vendant séparément à prix divers. Hermann & C<sup>ie</sup>, Paris.

Ces fascicules sont simplement analysés dans l'ordre où nous les recevons. Les lacunes, évidentes d'après le numérotage, sont dues, au moins partiel-

lement, à des retards imputables à certains auteurs. Elles n'entraînent pas de véritables discontinuités d'exposition, les sujets étant généralement indépendants et débattus suivant les exigences de l'actualité.

**109.** — HELMUT HASSE. *Ueber gewisse Ideale in einer einfachen Algebra* (Exposés publiés à la mémoire de Jacques Herbrand. 16 pages avec portrait hors-texte, 1934. Prix: 4 francs). — Une Préface de M. Hadamard et une Introduction de M. Vessiot retracent la carrière brève et brillante de Jacques Herbrand mort tragiquement, à 23 ans, dans un accident de montagne. L'adolescent déjà célèbre avait l'esprit hilbertien. Ses recherches avaient trait à la théorie de la démonstration, aux *Entscheidungsproblemen* qui ignorent la vérité absolue, mais recherchent avec une implacable et impeccable rigueur si une proposition donnée est vraie dans une théorie donnée.

Les émules de Jacques Herbrand dédient des recherches, plus ou moins voisines de ce point de vue, à la mémoire du camarade disparu. L'un de ses condisciples et collaborateurs, C. Chevalley, a exposé dans les Conférences internationales de l'Université de Genève, en juin 1934, l'essentiel des travaux de Herbrand en logique mathématique.

Le fascicule n'est qu'une sorte d'avant-propos rappelant un passé déjà glorieux; l'exposé de M. Helmut Hasse n'y tient que cinq pages. Il est à peine besoin d'insister sur l'intérêt que *L'Enseignement mathématique*, si intimement lié à l'Université de Genève, voue à l'œuvre entreprise.

**114.** — J. DIEUDONNÉ. *Sur quelques propriétés des polynomes* (Exposés publiés à la mémoire de Jacques Herbrand. 24 pages, 1934. Prix: 6 francs). — Il s'agit des rapports qui unissent la théorie des fonctions bornées dans le cercle-unité à celle des polynomes dont toutes les racines sont dans un domaine circulaire donné. Le sujet a été étudié par I. Schur, J.-W. Alexander G. Szegö. Il débute ici par des considérations de moyenne rappelant celles de Cesaro ainsi que par celles de fractions rationnelles établissant une correspondance du cercle unité sur lui-même. Il est éclairé par de nombreux exemples heureusement choisis.

**123.** — LUCIEN GODEAUX. *Les surfaces algébriques non rationnelles de genres arithmétique et géométrique nuls* (Géométrie. Direction E. Cartan. 34 pages, 1934. Prix: 10 francs). — Il s'agit de surfaces qui, après les surfaces rationnelles, semblent totaliser deux simplicités. Il a fallu cependant beaucoup de pénétration géométrique pour en construire des exemples vraiment achevés, mérite qu'ont eu MM. Castelnuovo et Enriques ainsi que M. Campedelli et M. L. Godeaux lui-même. Il y a notamment là une surface du sixième ordre passant doublement par les arêtes d'un tétraèdre. Ceci a également l'avantage d'illustrer élégamment les *Fonctions de deux variables* de MM. Picard et Simart, d'attirer l'attention sur les transformations birationnelles entre surfaces, sur certaines configurations dérivées des quadriques, sur le théorème de Riemann-Roch étendu au cas superficiel, sur les involutions très travaillées par M. Godeaux.

**132.** — PAUL LANGEVIN. *La Notion de Corpuscules et d'Atomes* (Réunion internationale de Chimie-Physique, 1933; 48 pages et 6 planches, 1934. Prix: 12 francs). — Admirable conférence en date du 16 octobre 1933. Développe-

ments philosophico-scientifiques de premier ordre. Aperçus géométriques où les corpuscules sont loin d'être traités comme des points matériels. L'individualité n'appartient qu'aux êtres physiques possédant un certain degré de complexité. La gravitation intra-atomique de Bohr est étudiée avec ses contradictions mais sans négation de son utilité. Nous trouvons des principes nouveaux en pénétrant dans l'atome puis d'autres, plus nouveaux encore, en pénétrant dans le noyau. Le monde n'est pas comparable à ces poupées japonaises emboîtées les unes dans les autres mais toujours semblables et cependant ces non-similitudes, d'après M. Paul Langevin, ne doivent pas conduire à l'abandon du déterminisme. Les vues philosophiques ne nuisent pas aux considérations expérimentales ainsi qu'en témoignent six magnifiques planches hors texte sur lesquelles nous pouvons presque suivre les combats corpusculaires sans cependant voir les combattants, mais ceux-ci produisent les effets Compton, entraînent des gouttelettes de brouillard, bref sont décelables par les traces laissées par la lutte.

**138.** — Lucien GODEAUX. *La Théorie des surfaces et l'Espace réglé* (Analyse mathématique et applications. Direction J. Hadamard. 36 pages, 1934. Prix: 12 francs). — Le talent de M. Godeaux est grand et varié. Il s'agit maintenant de surfaces définies par le complexe de leurs tangentes, d'où une théorie évidemment réglée et projective pour laquelle Gabriel Kœnigs fut un précurseur. Il y a là une manière d'étudier les surfaces qui, logiquement, a même droit d'existence que la méthode du trièdre, bien qu'au premier abord les deux choses semblent assez différentes; elles sont cependant rapprochées, par l'intermédiaire des suites de Laplace, dans le grand ouvrage de G. Darboux. L'espace réglé est représentable sur une hyperquadrique appartenant à un espace linéaire à cinq dimensions. Heureux débordement de la Théorie des surfaces; il fut un temps où l'on s'étonnait de voir l'espace à cinq dimensions intervenir en Physique théorique.

**139.** — Marcel BRELOT. *Etude des Fonctions sousharmoniques au voisinage d'un point* (Exposés publiés à la mémoire de Jacques Herbrand. 55 pages, 1934. Prix: 14 francs). — Les fonctions sousharmoniques ont pour majeures des fonctions harmoniques; pour l'étude de ces dernières, elles peuvent constituer des fonctions d'approche qui, en elle-mêmes, ne sont point étrangères à des considérations d'attraction, de potentiel et de flux. Seulement il faut prendre ces mots avec des sens généralisés, des intégrales de Stieltjes, des dérivations orientées, des courbes de Jordan et autres conceptions analogues étendant considérablement le Calcul infinitésimal classique. Moyennant quoi, on pourra aborder finalement des équations très générales en  $\Delta u$  égalé à des fonctionnelles en  $u$ . Le sujet a occupé Riesz et Montel. Les fonctions convexes, dont l'étude préliminaire est nécessaire, font intervenir aussi Hardy, Littlewood, Polya, Hartogs. L'exposé de M. Marcel Brelot est très accessible.

**140.** — Jean-Louis DESTOUCHES. *Les Principes de la Mécanique générale* (Physique théorique. Direction Louis de Broglie. 54 pages, 1934. Prix: 15 francs). — Ce nouveau fascicule de M. Jean-Louis Destouches est loin d'être inattendu. La Thèse de l'auteur et ses Notes aux *Comptes rendus* ont déjà grandement attiré l'attention. Une Préface de M. Louis de Broglie

confirme la haute importance des généralisations envisagées, lesquelles laissent loin derrière le recours einsteinien aux Espaces de Riemann. On peut maintenant parler d'une « Mécanique générale abstraite » de même que l'on parle des « Espaces abstraits » de M. Fréchet. Il faut distinguer les espaces purement configuratifs des espaces à qualités physiques, les ondes probabilitaires, d'essence imaginaire, d'ondes plus saisissables; mais l'intérêt est précisément que nous en savons assez maintenant pour pouvoir loger toutes ces considérations dans des cadres analogues. L'auteur a même pu terminer son exposition par un tableau schématique, par une sorte d'arbre généalogique des Mécaniques. En celles-ci, les opérateurs tendent à supplanter les espaces, la notion de possibilité mathématique valant mieux que l'esprit de localisation géométrique. C'est aussi beau que moderne.

**143.** — Georges BOULIGAND. *Relations d'incertitude en Géométrie et en Physique* (Physique théorique. Direction Louis de Broglie. 28 pages, 1934. Prix: 9 francs). — Comme M. Louis de Broglie le rappelle en une brève Préface, il s'agit de savoir si le maniement des fonctions continues et des dérivées n'est pas hors de propos dans les Théories quantiques. Les incertitudes de Heisenberg, qui semblèrent d'abord si bizarres, ont maintenant nombre d'origines et d'explications. M. Bouligand, créateur de la Géométrie infinitésimale directe, Géométrie où les notions intégrales ont facilement le pas sur les notions différentielles, reprend des exemples physiques étudiés par MM. Reinhold Fürth et Max Morand, exemples dont l'analyse se trouve aussi amorcée, il me semble, dans Weyl. Il conclut avec des considérations fonctionnelles, des plus simples, relatives à des courbes perdant leurs tangentes et dont cependant il reste quelque chose. Il y a quarante ans, les logiciens seuls connaissaient ce quelque chose; maintenant, il faut, bon gré, mal gré, que les physiciens s'en préoccupent. Quand l'enseignement, dans cet ordre d'idées, aura été redressé, on pourra parler d'incertitudes à la Heisenberg et de choses connexes sans paraître ni extraordinaire ni paradoxal.

**144.** — Maurice FRÉCHET. *L'Arithmétique de l'Infini* (Exposés d'Analyse générale. Direction Maurice Fréchet. 42 pages, 1934. Prix: 10 francs). — Ce fascicule débute par une « Préface à la série des Exposés d'Analyse générale ». Cette Préface est fort intéressante et prometteuse. Elle passe d'une définition de l'Analyse classique, correspondance de nombre à nombre, à une définition de l'Analyse générale, correspondance d'un élément de nature quelconque à un élément de nature quelconque. La Théorie des ensembles a permis l'extension; pour commencer, gloire à Cantor. Pour les promesses, ce sont celles des deux fascicules Appert qui suivent et d'un autre de M. Destouches sur: *Le rôle des Espaces abstraits dans la Physique nouvelle*. Bravo. Bravissimo!

Quant à l'exposé de M. Fréchet sur l'Arithmétique de l'Infini, c'est de la Philosophie ensembliste très facile à lire; c'est la distinction du cardinal et de l'ordinal beaucoup plus essentielle dans l'infini que dans le fini.

**145.** — Antoine APPERT. *Propriétés des Espaces abstraits les plus généraux. Ensembles ouverts, fermés, denses en soi, clairsemés. Connexion* (Exposés d'Analyse générale. Direction Maurice Fréchet. 54 pages, 1934. Prix: 12 francs). — D'abord une Préface de M. Fréchet qui paraît presque

craindre l'extrême généralité des espaces abstraits; il nous affirme qu'on peut toujours s'en évader pour redescendre vers des conceptions telles celles de limite ou de distance. Voilà qui est entendu, non sans une acclamation qui s'adresse précisément à l'esprit généralisateur. Quant à M. Appert, il commence par un *espace* ensemble  $E$ , de points  $P$ , pourvu d'un ensemble *dérivé*  $E' = K(E)$  infiniment voisin mais justement sans formes préconçues concernant  $E$  ou  $K$ . Il me semble que l'on pourrait dire, entièrement en langage ordinaire, qu'il s'agit de domaines dont on sait simplement qu'ils admettent de l'infiniment voisin. Tout découle de là avec la plus grande clarté, particulièrement les idées de F. Riesz.

**146.** — Antoine APPERT. *Propriétés des Espaces abstraits les plus généraux. Compacité, séparabilité, transformations et fonctionnelles* (Exposés d'Analyse générale. Direction Maurice Fréchet. 56 pages, 1934. Prix: 12 francs). — Ce fascicule est évidemment la suite du précédent. Il débute par d'irritantes considérations à la Zermelo qui affirment l'ordination en dehors de possibilités effectives. Il y a aussi des impossibilités de correspondance absolument fermes telle la *trichotomie*. Bientôt c'est le symbole « aleph » pourvu d'un indice, c'est-à-dire la notion du transfini avec, au début, la fameuse « hypothèse du continu ». Voir Sierpinski dans le dernier volume de *L'Enseignement mathématique*, p. 417. Cette seule citation montre vers quels immenses développements nous sommes aiguillés. La place nous manque pour en dire davantage. Il est bien certain qu'en inspirant un disciple comme M. Appert, M. Fréchet prouve, une fois de plus, la fécondité de ses conceptions.

**147.** — Pierre HUMBERT. *Le Calcul symbolique* (Physique théorique. Direction Louis de Broglie. 32 pages, 1934. Prix: 8 francs). — E. T. Whittaker voit, dans ce calcul, l'une des trois plus remarquables découvertes du dernier quart du XIX<sup>e</sup> siècle, les deux autres étant les Fonctions automorphes de Poincaré et le Calcul tensoriel de Ricci. Le premier inventeur serait Oliver Heaviside. Il s'agit d'étudier une fonction  $h(x)$  par l'intermédiaire de son *image*

$$f(p) = p \int_0^{\infty} e^{-px} h(x) dx .$$

Il y a là une généralisation de l'intégrale eulérienne. La *fonction impulsive* de Heaviside n'est autre que la fonction  $\delta(x)$  de Dirac. Les équations différentielles linéaires à coefficients algébriques donnent des images en relation avec la célèbre transformation de Laplace. Les fonctions de Bessel sont aussi remarquablement imagées. Les dérivations sont remplacées par des multiplications, les intégrations par des additions. Il semble qu'Abel ait déjà tenté quelque chose de ce genre mais sans rigueur. Peu importe. L'attention est maintenant éveillée ou réveillée quant à une analyse de première importance pour la Physique théorique et même pour certaines parties de la Théorie des fonctions.

**148.** — Emmy NOETHER. *Zerfallende verschränkte Produkte und ihre Maximalordnungen* (Exposés publiés à la mémoire de Jacques Herbrand. 16 pages, 1934. Prix: 5 francs). — Développements nouveaux semblent

engendrés, dans l'ordre chronologique, par le fascicule 109, de M. Helmut Hasse (voir ci-dessus) mais qui me semblent aussi pouvoir favoriser la compréhension de ce fascicule tant le style de M. H. Hasse est concis. L'inspiration est galoisienne et « idéale ». Vraiment la mort de Jacques Herbrand est particulièrement déplorable. L'esprit hilbertien — et même hyperhilbertien — de ce génial adolescent représentait des idées qui ne s'étaient guère acclimatées en France et dont l'acclimatation paraît encore fort difficile. L'espoir est toutefois permis puisqu'il reste des émules tels que M. C. Chevalley.

**149.** — N. LUSIN. *Sur les suites stationnaires* (Exposés publiés à la mémoire de Jacques Herbrand. 20 pages, 1934. Prix: 5 francs). — Je ne dois pas juger trop mal ce que je prétends analyser car, après avoir écrit les lignes ci-dessus, je les retrouve, presque exactement, dans le présent fascicule de M. Lusin. Herbrand nous manque pour l'étude de questions métamathématiques aussi brûlantes qu'ardues. Ici, il s'agit de suites transfinies d'ensembles pour lesquelles il faudrait étendre ce théorème de Baire: *Toute suite décroissante formée d'ensembles fermés est stationnaire*. M. Ch. de la Vallée-Poussin a déjà donné une extension mais il faudrait encore examiner le cas des suites croissantes. Il y a là des questions pour lesquelles notre continu mathématique et la logique semblent réciproquement se défier. L'existence de problèmes sans solution serait ordinaire là où le transfini est mis en jeu. Pour moi, j'en reviens à ce que j'ai déjà dit: il n'est pas sûr que l'idée du *fondamental*, à rechercher et à déterminer, soit une idée raisonnable.

**152.** — Moritz SCHLICK. *Les Enoncés scientifiques et la Réalité du Monde extérieur* (Traduction du Général Ernest Vouillemin. 52 pages, 1934. Prix: 10 francs). — Une Préface de M. Marcel Boll nous présente M. Moritz Schlick, né à Berlin, en 1882. L'œuvre du philosophe allemand a déjà frappé bien des esprits. Nous assistons ici à une diminution du rôle de la Métaphysique et même à une sorte de déroute des systèmes. Plus de « questions philosophiques ». On parlera de toutes choses *philosophiquement*. Foin des pseudo-questions « pour la barbe de l'empereur ». Tentatives de définition de la « vérité » par possibilité *logique* du contrôle. La science d'Einstein paraît être un modèle de science philosophique. Croire à une signification non vérifiable oblige à garder le silence ! Il nous semble qu'on pourrait définir une humanité supérieure comme celle où cette obligation serait reconnue. Les cas, les classifications ont nécessairement des impasses telles « le cas où rien n'est le cas ». Quant aux résistances que rencontrent les thèses de l'auteur, celui-ci est persuadé qu'elles proviennent surtout d'une distinction insuffisante entre le « faux » et le « dépourvu de sens ».

**157.** — J. DELSARTE. *Sur les  $ds^2$  d'Einstein à symétrie axiale* (Exposés publiés à la mémoire de Jacques Herbrand. 28 pages. Prix: 7 francs). — M. Delsarte considère ici, comme dans un récent Mémoire du *Journal de Mathématiques* (1934), des  $ds^2$  particulièrement maniables et qui, cette fois, sont aussi fort remarquables comme présentant des connexions inattendues avec certaines questions de géométrie infinitésimale euclidienne étudiées autrefois par Darboux. Usage également habile de conceptions géométriques à la Ricci et du Calcul différentiel absolu. Un tel exposé étend la synthèse

einsteinienne au milieu de difficultés assez grandes; mais nul doute que la Physique théorique ne finisse par englober tout ce qui a été fait autrefois sous tant et tant de rubriques.

A. BUHL (Toulouse).

G. VERRIEST. — **Evariste Galois et la Théorie des Equations algébriques.**

Un fascicule in-8° de 58 pages. Chez l'auteur, 42, rue du Canal, Louvain, et Gauthier-Villars. Paris, 1934.

Après les fascicules des *Actualités* consacrés à Jacques Herbrand, il est de circonstance de revenir à Evariste Galois et à Abel. Trinité de jeunes gens, du plus grand génie, fauchés, peu après la vingtième année, par l'accident, le duel, la misère.

M. Verriest, professeur à l'Université de Louvain, fait d'abord revivre Evariste Galois, non sans relater des vicissitudes académiques fort malheureuses; il indique ensuite, en un style mathématique familier et simple, comment on peut s'élever de considérations algébriques rudimentaires jusqu'à la conception du groupe de l'équation algébrique générale. La construction de ce groupe, impraticable en général, est un magnifique triomphe de la Logique sur la vulgarité des difficultés qui ne sont qu'inextricables.

Les fascicules comme celui-ci sont choses de grande valeur comme permettant d'accéder à des résultats de haute importance autrement qu'en les cherchant dans des Traités non immédiatement maniabiles. Puisque nos analyses bibliographiques sont faites pour guider les études parmi les publications nouvelles, rappelons un ouvrage récemment analysé ici (t. 31, 1932, p. 299) sur le *Triumph der Mathematik*. L'auteur, M. H. Dörrie, y a réuni cent problèmes célèbres parmi lesquels le n° 24 sur l'impossibilité abélienne de la résolution par radicaux. Les expositions de MM. Dörrie et Verriest pourront être comparées avec grand intérêt.

A. BUHL (Toulouse).

G. BRUHAT. — **Cours de Mécanique physique** à l'usage de l'Enseignement supérieur scientifique et technique. — Un volume gr. in-8° de VIII-708 pages et 605 figures. Prix: 100 francs. Masson et C<sup>ie</sup>. Paris, 1934.

Les ouvrages que M. Bruhat consacre à la Physique commencent à être nombreux et étendus. Celui-ci sera particulièrement sensationnel. Il n'est pas sans me rappeler les débuts du *Cours de Physique* de M. Bouasse, Cours dont le premier fascicule était précisément consacré à la Mécanique physique (voir *L'Enseignement mathématique*, t. 9, 1907, p. 329). Mais alors que M. Bouasse a gaspillé un grand talent en des vitupérations qui ne pouvaient servir la Science, M. Bruhat ne s'occupe que de celle-ci et avec une précision qui situe admirablement le classicisme dans l'ensemble des développements modernes. Ce classicisme est science de première approximation et se rapporte à l'expérience la plus ordinaire; le champ de celle-ci est immense mais il faut savoir l'étudier avec un esprit critique qui pourra se développer plus tard en d'autres champs. C'est du moins, si je comprends bien, ce que paraît souhaiter l'auteur quand il nous parle, par exemple, de la composition des vitesses ou du champ de gravitation. Car la Mécanique physique commence, très naturellement, par la Mécanique rationnelle.

L'originalité du professeur est révélée par l'intérêt qu'il sait mettre en des questions réputées arides, telles, par exemple, celles qui, en Statique, ont trait au frottement. Ici c'est l'ignorance de lois précises qui crée souvent le désintérêt mais, en fait, le frottement est partout et, même avec des lois approchées, il agit curieusement dans l'arc-boutement qui produit, entre autres choses, l'irréversibilité de la vis.

La Dynamique ne va pas sans un excellent paragraphe sur les « Limites de validité de la Mécanique classique ». Brièvement nous comprenons pourquoi il existe maintenant une Mécanique relativiste et une Mécanique ondulatoire, ce qui n'empêche pas que nous reprenons le fil classique avec l'équation fondamentale  $F = m\gamma$  et des discussions de mesures et d'unités qui ont, à elles seules, un caractère constructif. C'est encore en approfondissant la notion de mesure que toutes les nouvelles théories naissent le plus facilement.

Et, comme pour corroborer une première intuition, voici toute une Troisième Partie, consacrée à la Métrologie, suivie d'une Quatrième sur le Pendule et les mouvements pendulaires considérés dans leurs rapports avec la mesure du Temps. C'est bien là le phénomène maniable au-delà duquel vient, sans changement de nature, la gravitation planétaire qui, elle aussi, définit un temps. Réciproquement les temps astronomiques divers sont pratiquement traduits, par nous, en des horloges régularisées par un pendule. C'est, en plus sérieux, l'histoire de la pomme de Newton régissant tout l'Univers gravitationnel tout en n'en étant qu'une répercussion infime. En ces réciprocités, M. Bruhat met autant de profondeur philosophique que de précision physique. A propos de précision, il faut ajouter que la mesure des temps se diversifie suivant les durées à considérer. Pour les petites durées, nous avons les diapasons et, au-delà, les oscillateurs à quartz piézoélectrique. Avec ceux-ci, on définit jusqu'au 1/10.000.000 de seconde. Il est presque aussi merveilleux de lire les pages consacrées aux phénomènes gravitationnels, tels ceux de Cavendish, Boys, ..., étudiés en laboratoire. Remarques analogues pour les phénomènes de résonance de nature pendulaire.

Passons aux fluides. L'hydrostatique est suivie d'un chapitre des plus captivants sur la capillarité. Les lames minces, les bulles de savon ont toute une théorie qui ne pouvait être approfondie beaucoup au point de vue mathématique mais qui, en revanche, l'est sur des figures. Après les lames minces, il faut considérer les solutions superficielles plus minces encore et d'ailleurs plus manifestement discontinues.

L'hydrodynamique étudie les écoulements: phénomène de Venturi, lois de Poiseuille. La résistance qu'éprouve un solide immergé est particulièrement à l'ordre du jour puisqu'elle conduit aux considérations particulières à l'avion. La dynamique des fluides parfaits est conduite jusqu'aux équations générales d'Euler.

Une Sixième Partie est consacrée aux vibrations dans les fluides. Là où les équations générales semblent peu maniables, on peut cependant saisir beaucoup d'intéressantes modalités phénoménales en tentant des représentations par ondes planes. Plus loin nous trouvons les notions de vitesse de phase, vitesse de groupe que la Mécanique ondulatoire a transportées dans des domaines plus abstraits. On aboutit aux théories interférentielles.

Une Septième et dernière Partie étend ces considérations à l'Elasticité et aux vibrations des solides. Les ondes planes interviennent encore avec

le maximum de commodité; les équations générales prennent des formes particulières bien connues telle celle qui correspond aux cordes. Il y a là, en somme, une Théorie de la Résistance des Matériaux mais faite sans aboutissement technique. L'étudiant qui se référera à l'excellent exposé de M. Bruhat pourra, dans la suite, aller à la technique, construire des ponts ou des avions, si tel est son destin, mais il pourra aussi, sans nul doute, continuer les constructions de science pure dans les domaines plus idéaux des ondes probabilitaires et des corpuscules sans individualité.

A. BUHL (Toulouse).

Léon BOUTHILLON et M. GOUDONNET. — **Cours pratique d'Electricité industrielle.** Premier volume. Les lois fondamentales de l'Electricité. Deuxième édition. — Un vol. petit in-8° (19 × 12) de XVI-306 pages et de nombreuses figures. Prix: 25 francs. Gauthier-Villars. Paris, 1934.

La deuxième édition de ce Cours pourrait nous dispenser d'en faire l'éloge. Rappelons qu'il s'agit d'un ouvrage élémentaire écrit à l'usage des Ecoles pratiques de Commerce et d'Industrie, des Ecoles professionnelles, des Ecoles primaires supérieures. Et cependant ce qui frappe en ce livre, comme maintenant en tant d'autres, c'est le désir de ne pas paraître exclusivement utilitaire et de présenter la science pratique sous de véritables aspects de science tout court. Il faut intéresser d'une manière générale et montrer notamment que le domaine électrique est, au fond, le domaine énergétique qui peut aller des faits mécaniques les plus simples jusqu'à d'autres beaucoup plus complexes mais toujours inféodés aux mêmes lois de transformation et de conservation. Ce programme peut paraître un peu grandiose pour les moyens dont on dispose dans les cadres pédagogiques indiqués, étant donné, par exemple, qu'on ne peut faire appel qu'à une algèbre très élémentaire. Mais le talent des auteurs surmonte cette difficulté. Ce n'est qu'après des considérations générales sur l'Energie qu'on passe aux lois d'Ohm et de Joule. Quant aux lois de Kirchhoff sur la distribution des intensités ou des forces électromotrices dans les réseaux de conducteurs, elles ont un sens topologique très simple mais particulièrement nécessaire à l'électricien; on le voit, mieux que jamais, lorsque, après ces lois, on passe tout de suite à de certaines distributions d'énergie avec générateurs, shunts et rhéostats.

Le magnétisme a tout un chapitre qui précède l'électromagnétisme. Le champ électrique, préparé par les condensateurs et les diélectriques, laisse déjà pressentir l'existence des merveilles modernes cependant qu'avec la Deuxième partie du livre, consacrée au courant alternatif, on se trouve en milieu plus spécialement industriel.

Les auteurs ont partout usé du schème géométrique avec la plus grande habileté. Il y a, de même, en tête des chapitres, des sortes de schèmes logiques indiquant l'enchaînement à développer.

Mais, comme nous le disions au début, l'épuisement de la première édition de l'ouvrage montre suffisamment son heureuse conception ainsi que le succès qu'il a déjà rencontré et que le nouveau tirage va certainement accentuer.

A. BUHL (Toulouse).

J.-B. TOURRIOL. — **Optique géométrique** (Classes de Mathématiques spéciales). Préface de M. Ch. Fabry. — Un volume gr. in-8° de vi-300 pages et 275 figures. Prix: 35 francs. Gauthier-Villars & C<sup>ie</sup>, Paris, 1934.

L'Optique géométrique attire décidément l'attention à l'heure actuelle car, après les *Eléments* de M. Pierre Copel, analysés récemment dans *L'Enseignement mathématique* (t. 32, 1933, p. 280) voici un livre, plus étendu encore, préfacé par M. Ch. Fabry. Les deux ouvrages reconnaissent et signalent les mêmes difficultés. Il faut s'adresser, dans l'Enseignement secondaire, à des élèves qui ne connaissent que très imparfaitement la Théorie des surfaces et encore moins les théories concernant l'espace réglé. Le professeur hésite à puiser dans l'arsenal géométrique tout comme à reconstruire une grande partie de celui-ci. M. Tourriol me paraît cependant appartenir à la catégorie des reconstructeurs. Il choisit des postulats, des principes, pas toujours absolument indépendants, et construit son Optique géométrique avec une très grande facilité. Les principes sont ceux de la propagation rectiligne, de l'indépendance des rayons d'un même faisceau, de Descartes (réflexion et réfraction), du retour inverse des rayons, de Fermat, de Huyghens (ondes enveloppes). Que de science moderne on pourrait atteindre, avec de tels points de départ, bien au delà du programme envisagé.

Après une Première partie, en somme presque toute de définitions, une deuxième a trait aux miroirs, une troisième aux systèmes dioptriques, une quatrième à l'aberration des systèmes usuels, une cinquième aux instruments. Il y a là des centaines de questions résolues, généralement avec figure à l'appui et c'est toujours de la très belle géométrie, mais que citer ? Le prisme est élégant mais ne vient qu'après l'ellipsoïde de révolution, d'excentricité convenable, qui fait converger un faisceau parallèle à son axe vers le foyer opposé au sommet frappé. Les dioptries sphériques conduisent aux systèmes centrés et à l'approximation de Gauss. Les caustiques, les focales donnent des idées qui, chez le professeur, doivent dépasser formidablement le cadre de l'enseignement; que de résultats, des plus intéressants et des plus utiles, on obtient par variation des indices de réfraction, c'est-à-dire par choix du verre, par choix de l'espace transparent. C'est, ma foi, un embryon de l'idée des géométries variables selon les conceptions posées quant à la structure de l'espace et j'imagine qu'au point de vue de ces généralités — point de vue qui, bien entendu, n'est pas du tout celui de l'enseignement ici envisagé — l'optique géométrique pourrait être méditée avec fruit. D'ailleurs, Henri Poincaré n'a-t-il point donné un célèbre exemple d'un monde sphérique non-euclidien grâce à une température et un indice de réfraction convenables.

Les instruments nous ramènent à la réalité immédiatement tangible et provisoirement considérée comme euclidienne. Comme ces instruments sont faits pour l'œil, on étudie l'œil. Tout le monde a des yeux; ensuite, et après les verres correcteurs des yeux, les systèmes optiques les plus couramment maniés sont sans doute les objectifs photographiques. Microscopes et télescopes sont réservés à l'élite. Mais tout ce domaine est traité avec soin et avec un sens parfait du concret.

Un Appendice traite de la mesure des indices de réfraction (avec la notion d'énergie réfractive), puis de la mesure de la vitesse de la lumière, roue dentée et miroir tournant. Des problèmes de concours terminent le

volume. Bel instrument d'initiation et de travail mais où ceux qui savent pourront encore apprendre.

A. BUHL (Toulouse).

R. ESTÈVE et H. MITAULT. — **Eléments de Géométrie plane** à l'usage des Classes de Quatrième et de Troisième. Tome I. La droite et le cercle. — Un vol. in-16 ( $18 \times 13$ ) de vi-144 pages et 193 figures. Prix, cartonné: 14 francs. Gauthier-Villars, Paris, 1934.

Ouvrage évidemment très élémentaire mais où l'on sent la formation moderne des auteurs. Séparation des propriétés *linéaires* et des propriétés *métriques*. Notions claires sur la symétrie. Introduction des figures *inégaies*. Postulat d'Euclide bien en place. Deux pages fort intéressantes sur les théorèmes à réciproque, sur les propriétés caractéristiques, sur les conditions nécessaires et suffisantes. Finalement, 160 problèmes à résoudre. Les auteurs nous promettent une suite sur la Géométrie plane avec passage à la Géométrie de l'espace puis des Compléments pour la Classe de Mathématiques et la Préparation aux Grandes Ecoles. Sur de tels terrains, il est bien difficile d'être original, mais on peut sentir constamment la sollicitude du professeur s'exercer intelligemment dans le cas des conceptions actuelles et au bénéfice des plus jeunes esprits.

A. BUHL (Toulouse).

Charlie JÉQUIER. — **Assurances sur la vie, exercices techniques** (formules, problèmes, solutions et réponses). Préface de M. Samuel DUMAS. — Un vol. in-8° de xx+514 pages; prix 20 fr.; Editions La Concorde, Lausanne, 1934.

Lorsqu'on aborde l'étude des théories actuarielles, et en particulier celle des assurances sur la vie, on est souvent découragé par l'effort qu'elles semblent exiger, malgré la simplicité et l'uniformité des méthodes actuarielles. Ce n'est qu'en traitant des exemples, en consultant les tables de mortalité et de commutation, en effectuant les calculs numériques que les étudiants se familiarisent avec les notations, les règles et les principes de la théorie et en saisissent le sens et la portée réelle.

M. Jéquier a eu la patience de réunir un grand nombre (800 environ) de problèmes d'assurances, dont quelques-uns, inédits, ont été tirés de la pratique, mais dont la plupart avaient été donnés par l'auteur aux cours pratiques de technique des assurances de l'Ecole des Hautes Etudes commerciales de Lausanne. Ces problèmes ou exercices techniques, habilement choisis, sont répartis en vingt-quatre groupes, les dix premiers se rapportant aux bases techniques de l'assurance sur la vie et aux assurances en cas de vie, les dix suivants aux assurances en cas de décès sur une tête, les quatre derniers aux assurances sur plusieurs têtes, chacun de ces groupes comprenant, à côté d'un certain nombre de problèmes résolus, les notations et les formules correspondantes. C'est dans l'étude des problèmes des derniers groupes que l'auteur introduit pour la première fois le calcul infinitésimal, par exemple dans la définition du taux instantané de mortalité; ce calcul ne joue, du reste, qu'un rôle secondaire dans son livre, la plupart des formules fondamentales utilisées par les actuaires pouvant être établies d'une manière élémentaire. Dans le domaine actuariel proprement dit, la

diversité des questions traitées par M. Jéquier est si grande, que seuls, des problèmes trop spéciaux n'ont pu trouver place dans son ouvrage.

A la fin du volume M. Jéquier a reproduit les principales tables de mortalité et de commutation, entre autres celles des vingt-trois compagnies allemandes, celles des assurés et des rentiers français et plusieurs tables suisses utilisées par les actuaires, ainsi que quelques extraits des lois suisses concernant l'assurance sur la vie.

On voit combien ce recueil peut être utile aux étudiants qui désirent approfondir l'étude de la théorie des assurances sur la vie; il rendra aussi, je n'en doute pas, des services réels aux actuaires eux-mêmes. Je tiens à ajouter qu'il n'existait jusqu'à présent aucun recueil analogue à celui de M. Jéquier, du moins dans les pays de langue française.

D. MIRIMANOFF (Genève).

G. DARMOIS. — **Statistique et Applications** (Collection Armand Colin, N° 174). Un volume in-16, avec 32 graphiques; broché, 10 fr. 50; relié, 12 francs; Librairie Armand Colin, Paris, 1934.

La statistique est un élément important de culture générale, tant dans ses principes que dans ses applications. M. Georges Darmois s'est efforcé de rassembler l'essentiel de cette science sous une forme qui ne fût pas encombrante. Il a voulu donner des méthodes, sans faire un ouvrage de statistique mathématique, montrer la vie et la substance des applications, sans faire une encyclopédie.

Il étudie un des cas les plus purs, celui de l'hybridation mendélienne; il signale des représentations de temps de réaction, de résultats biométriques, de mesures sur une fabrication en série. Il illustre, par l'étude de l'hérédité, la notion de liaison entre variables aléatoires, et il signale les résultats de Galton et Pearson. Il indique comment se posait le problème des corrélations en psychologie, expose la célèbre théorie de Spearman, qui se présente comme un schéma explicatif emprunté à la théorie des probabilités.

Dans un chapitre spécial, il fait ressortir les difficultés particulières des problèmes où les phénomènes à mettre en relation se présentent dans le temps, les belles recherches de Hooker, de R. A. Fisher sur la relation entre les récoltes et les conditions météorologiques, qui montrent bien quelle force nouvelle donnent les méthodes statistiques bien maniées, dans l'étude de ces questions complexes. Il termine par quelques réflexions générales sur la prévision et l'explication.

Au moment où la statistique pénètre de plus en plus dans les divers domaines des sciences pures et appliquées, le livre de M. Darmois est de nature à rendre les plus grands services aux spécialistes et à tous ceux qui désirent s'initier aux principes de la méthode statistique.

Sophus LIE. — **Gesammelte Abhandlungen**. Auf Grund einer Bewilligung aus dem Norweg. Forschungsfonds von 1919 mit Unterstützung der Videnskapsakademi zu Oslo u. der Akademie der Wissenschaften zu Leipzig hrsg. von dem Norweg. Mathem. Verein durch Dr. Fr. ENGEL, Prof. a. d. Univ. Giessen und Dr. P. HEEGAARD, Prof. a. d. Univ. Oslo. — Erster Band: *Geometrische Abhandlungen*. Anmerkungen zum ersten Band. — Deux volumes gr.-in-8°, de 493 et 369 pages avec un portrait; B. G. Teubner, Leipzig et H. Aschehoug & C<sup>ie</sup>, Oslo, 1934.

Les Œuvres du géomètre profond et original que fut Sophus Lie comprendront sept volumes dont quatre ont déjà paru; ce sont les tomes III et IV renfermant les mémoires sur la Théorie des équations différentielles, et les tomes V et VI groupant les recherches sur la Théorie des groupes de transformations.

Ce nouveau volume nous apporte une première série de travaux sur la Géométrie. Il comprend trente mémoires allant de 1869 à 1884 et se rapportant principalement à la représentation des imaginaires en Géométrie plane, aux complexes de Reye, aux transformations géométriques et aux belles recherches de Lie sur les surfaces minima et les surfaces de translation. Ces travaux ont largement contribué aux progrès de la Théorie des surfaces. Pour ne citer qu'un exemple, on sait que c'est le savant géomètre norvégien qui a le premier mis en évidence le double mode de génération des surfaces de translation.

Comme pour les tomes déjà parus, MM. Engel et Heegaard ont apporté le plus grand soin aux annotations. Elles font l'objet d'un volume annexe dans lequel on trouvera d'intéressants rapprochements avec des travaux d'autres mathématiciens, ainsi que des extraits de la correspondance de Lie se rapportant à ses recherches pendant cette première période.

H. FEHR.

K. REINHARDT. — **Methodische Einführung in die höhere Mathematik.** — Un vol. in-8° de 270 pages, 131 fig.; RM. 14.—; B. G. Teubner, Leipzig et Berlin, 1934.

Cette « Introduction méthodique aux mathématiques supérieures » s'adresse aux étudiants de première année de l'enseignement universitaire. Elle leur permet de combler certaines lacunes dans leur préparation mathématique et de se familiariser en même temps avec les méthodes du Calcul infinitésimal.

L'auteur part du problème de la quadrature d'une aire plane pour amener le lecteur peu à peu à la notion d'intégrale définie. Ce n'est que beaucoup plus tard qu'il aborde la notion de dérivée et d'intégrale indéfinie. Les processus infinis lui donnent l'occasion de faire une première étude des séries et des fractions continues.

Accompagné de nombreux exercices, cet ouvrage d'initiation, qui constitue un excellent intermédiaire entre les manuels de l'enseignement secondaire supérieur et les traités d'analyse, sera lu avec profit par tous ceux qui abordent l'étude du Calcul différentiel et intégral.

F. SIMONART. — **Leçons d'Algèbre supérieure.** Un vol. gr.-in-8°, de 327 pp.; 80 fr.; Librairie Universitaire, Louvain & Gauthier-Villars & C<sup>ie</sup>, Paris.

Cet ouvrage correspond, avec quelques développements, aux leçons que M. Simonart donne aux élèves de la candidature ingénieur et des candidatures en sciences mathématiques et physiques de l'Université de Louvain. Aux uns il fournit un instrument auxiliaire qui leur sera utile en Géométrie et en Analyse; aux autres il apporte en outre les connaissances complémentaires qui leur sont indispensables pour aborder les théories de l'Algèbre moderne. Ce sont les matières classiques concernant la théorie des déterminants, les formes quadratiques et la théorie des équations algébriques.

L'auteur les présente avec beaucoup de clarté en évitant tout symbolisme inutile dans un traité élémentaire. Son exposé est accompagné de nombreux exercices et exemples numériques.

H. FEHR.

Général E. CAZALAS. — **Carrés magiques au degré  $n$** . Séries numériques de G. Tarry. Avec un aperçu historique et une bibliographie des figures magiques. — Un volume de 192 pages avec de nombreuses vignettes et une planche; broché, 40 fr., Hermann & C<sup>ie</sup>, Paris, 1934.

En reproduisant en tête de ce volume le portrait de Gaston Tarry, le général Cazalas a voulu rendre hommage à la mémoire de celui qui a découvert la construction de carrés  $n$ -magiques ou magiques aux  $n$  premiers degrés. Il a repris et développé la théorie ébauchée par G. Tarry et donne pour la première fois les procédés annoncés mais non publiés permettant de construire des carrés magiques aux  $n$  premiers degrés.

L'ouvrage débute par un intéressant aperçu historique sur les carrés magiques, rédigé par A. Aubry (Dijon) et se termine par une abondante bibliographie des figures magiques et du problème du cavalier des échecs.

BEN A. SUELTZ. — **The Status of Teachers of Secondary Mathematics in the United States**. A Study made for the American Committee of the International Commission on the Teaching of Mathematics. — Un volume in-8° de 151 pages, Cortland, New York, 1934.

Dans le tome XXXII de *L'Enseignement Mathématique*, nous avons publié les rapports consacrés à la préparation des professeurs de mathématiques dans les principaux pays. Pour ce qui concerne les Etats-Unis, nous avons dû nous borner (voir page 205 et 207) au rapport préliminaire dans lequel M. HEDRICK, président de la sous-commission américaine, indiquait l'ampleur prise dans son pays par l'enquête grâce au concours du *Federal Office of Education* à Washington. Un questionnaire tenant compte des conditions spéciales aux Etats-Unis avait été rédigé à cet effet. C'est aux résultats de cette vaste enquête qu'est consacré le présent rapport publié au nom de la sous-commission américaine par M. BEN A. SUELTZ, professeur à la State Normal School de Cortland, N. Y. Son exposé, dont on trouvera ci-après le sommaire, constitue une importante contribution aux travaux de la Commission internationale de l'Enseignement mathématique.

- I. *Introduction*. — Origin and Setting. Secondary Schools in the United States.
- II. *Plan of the Study*. — Main considerations of the Study. Related Studies and Researches.
- III. *General characteristics of teachers of secondary mathematics*. — Size of Community and Number of Teachers Per School. Social and Economic Characteristics of Mathematical Teachers. Training of Teachers of Secondary Mathematics. Characteristics of the Teaching Position Held by Teachers of Secondary Mathematics. Relationship of Factors Previously Described. Summary.
- IV. *The Educational and Experience Background of teachers of Secondary Mathematics*. — Introduction. Courses in Mathematics Studied

by Teachers. Occupational Experience and Training. — Effectiveness of Training. — Teaching and Studying Mathematics. Why Teach Algebra and Geometry. Courses Taught. Extended Training. Summary.

V. *Certification of Teachers*. — Introduction. Requirements and Principles. Summary.

VI. *Conclusion and recommendations*. — Introduction and Scope. Mathematics for Secondary Schools. Education of Teachers. Certification of Teachers.

H. F.

## BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

### 1. Livres nouveaux :

*Tous les ouvrages adressés à la Rédaction sont signalés ici avec une brève indication de leur contenu, sans préjudice de l'analyse dont ils peuvent être ultérieurement l'objet sous la rubrique « Bibliographie ».*

Rudolf CARNAP. — **Logische Syntax der Sprache**. (Schriften zur Wissenschaftlichen Weltanschauung. Band 8). — Un volume p.-8° de 274 pages; broché RM 21,80; Julius Springer in Wien.

L'auteur établit une théorie de la structure logique d'une langue. Parmi les applications il s'attache tout particulièrement au langage scientifique en mathématiques et en physique. Nous reviendrons sur son exposé dans un prochain fascicule.

K. H. GROSSMANN. — **Elemente der elementaren Mechanik**. I. Teil. — Un volume in-8° de 100 pages, avec 39 figures, cart. 3 fr.; chez l'auteur, Asylstr., 35, Zurich.

Rédigé à l'intention des débutants, cet ouvrage contient les notions essentielles de Mécanique élémentaire indispensables à l'élève ingénieur. Ce premier volume traite principalement de la statique et de ses applications. Grâce à l'emploi des opérations vectorielles, l'auteur parvient à donner à son exposé une forme à la fois très claire et très condensée.

L. KOLLROS. — **Géométrie descriptive**. 2me édition édition. — Un vol. in-8°, de 154 pages, avec 170 figures, relié 5 fr.; Orel Füssli, Zurich et Leipzig, 1934.

Ce Précis de Géométrie descriptive, qui vient de paraître en seconde édition, est destiné aux étudiants des écoles techniques supérieures et des universités. A l'Ecole polytechnique fédérale, il est complété par de nombreux exercices théoriques et pratiques. Les matières sont réparties comme suit: