

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 32 (1933)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** SUR LA CUBATURE GÉOMÉTRIQUE DU CYLINDROÏDE  
**Autor:** d'OCAGNE, Maurice  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-25327>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 18.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# SUR LA CUBATURE GÉOMÉTRIQUE DU CYLINDROÏDE

PAR

M. Maurice d'OCAGNE, Membre de l'Institut (Paris).

---

Aux exercices d'intégration géométrique que j'ai donnés dans le précédent volume de *L'Enseignement mathématique* (pp. 207 et 210), j'ajouterai encore celui-ci qui me semble pouvoir offrir quelque intérêt par la simplicité non seulement du résultat mais aussi de la méthode purement géométrique qui permet de ramener cette cubature d'une surface du troisième degré à celle d'un cône du second.

Rappelons d'abord la définition du *cylindroïde* ou *conoïde de Plücker* : coupant le cylindre de révolution ayant pour base le cercle de diamètre  $od$  par le plan de bout de trace verticale  $o'd'$ , on engendre la surface au moyen des droites horizontales  $(ab, a'b')$ ,  $(ab_1, a'b'_1)$  qui rencontrent la génératrice  $(oc, o'c')$  du cylindre et sa section par le plan  $o'd'$ .

On sait que tous les plans de bout passant par  $oy$  coupent la surface suivant des ellipses projetées horizontalement suivant des cercles tangents en  $o$  à  $oy$ . Chacune de ces coniques peut être dite *principale* (les coniques *secondaires* étant les intersections de la surface par ses plans tangents, qui d'ailleurs se projettent également sur le plan horizontal suivant des cercles) et la portion du cylindre projetant limitée aux plans horizontaux  $o'd'$  et  $c'd'$ , *cylindre correspondant*.

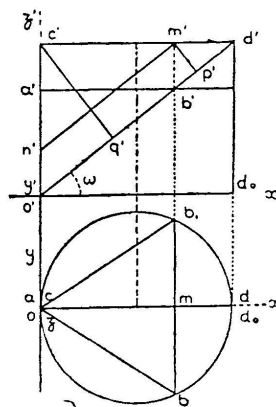
Appelons *tronc du cylindroïde* le volume inclus dans la surface et limité à la directrice rectiligne  $(oc, o'c')$  et à l'une des coniques

principales, par exemple celle de grand axe  $o'd'$ . Ce volume est engendré par le triangle  $abb_1$ . En posant

$$om = x, \quad mb = y, \quad o'a' = z, \quad o'c' = h,$$

on a donc

$$V = \int_0^h xy \, dz.$$



Si nous menons par  $m'$  la perpendiculaire  $m'p'$  et la parallèle  $m'n'$  à  $o'd'$ , en posant  $m'n' = u$  et  $m'p' = v$ , et appelant  $\omega$  l'angle que le plan  $o'd'$  fait avec le plan horizontal, nous avons

$$x = u \cos \omega, \quad h - z = \frac{v}{\cos \omega}$$

et la formule devient, si  $c'q' = k$ ,

$$V = \int_k^0 -uy \, dv = \int_0^k uy \, dv.$$

Or, le plan de trace verticale  $m'n'$  coupe le cône de sommet  $o'$  ayant pour base le cercle de diamètre  $c'd'$  suivant un arc de parabole de corde, projetée en  $m'$ , égale à  $bb_1$  ou  $2y$ , et de flèche  $m'n'$  ou  $u$ . Cet arc de parabole limite un segment d'aire  $\sigma$  donnée par la formule, facile à obtenir de façon tout élémentaire,

$$\sigma = \frac{2}{3} \cdot 2y \cdot u = \frac{4}{3} uy.$$

Il en résulte que

$$V = \frac{3}{4} \int_0^k \sigma \, dv = \frac{3}{4} V_0,$$

si  $V_0$  est le volume du cône  $o'c'd'$ , ou

$$V = \frac{V_1}{4},$$

si  $V_1$  est le volume du cylindre  $o'c'd'd'_0$ . Ainsi le volume d'un tronç de cylindroïde limité à une de ses coniques principales est égal au quart du volume du cylindre correspondant.