Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 32 (1933)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: N. M. Gunther. — La Théorie du Potentiel et ses Applications aux Problèmes fondamentaux de la Physique mathématique (Collection de Monographies sur là Théorie des fonctions publiée sous la direction de M. Emile Borel). — Un volume gr. in-8° de 304 pages. Prix: 70 francs. Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1934.

Autor: Buhl, A.

n'est pas la première fois que j'écris de telles choses, en cette même place, mais vraiment l'ouvrage si profond de M. Sierpinski m'y ramène non sans m'apparaître comme une source de prodigieuses réflexions.

L'hypothèse fondamentale a été variée, par M. N. Lusin, au moyen de la notion d'ensemble *linéaire*. Ceci me fait encore penser aux *groupes*, généralement très complexes mais toujours susceptibles de représentations linéaires.

« Il y a des ensembles de nombres réels sur lesquels il existe des fonctions de Baire des classes 0, 1, 2 mais sur lesquels il n'existe aucune fonction de Baire de classe 3. » Curieuse définition d'ensembles par des propriétés fonctionnelles y attachées. Il y a ici quelque chose comme une inversion de la fonction d'ensemble.

Des propriétés d'ensemble peuvent être *héréditaires*, comme appartenant à tout sous-ensemble. La fonction de Baire (représentable analytiquement) et la fonction satisfaisant à la condition de Baire (continuité sur ensemble parfait) jouent un rôle continuel dans des travaux d'approche qui sont des modèles de patience et d'art logique.

Plus loin, heureusement, la Géométrie apparaît même dans le voisinage des alephs; il est question (p. 103) d'une infinité dénombrable d'arcs qui, par translations et rotations peuvent couvrir tout le plan.

Je m'arrête. Comment mieux faire ? Le mérite de l'ouvrage est grand comme œuvre de condensation. Il réunit très heureusement les points essentiels d'immenses travaux dus notamment à Banach, Braun, Eilenberg, Fréchet, Hausdorff, Hurewicz, Kuratowski, Lebesgue, Lindenbaum, Lusin, Mazurkiewicz, Szpilrajn, Tarski, Ulam, Zermelo. Il faut aimer le sujet et avoir le livre en mains pour bien comprendre tout ce que l'on doit à M. Sierpinski.

A. Buhl (Toulouse).

N. M. Gunther. — **La Théorie du Potentiel et ses Applications aux Problèmes fondamentaux de la Physique mathématique** (Collection de Monographies sur la Théorie des fonctions publiée sous la direction de M. Emile Borel). — Un volume gr. in-8° de 304 pages. Prix: 70 francs. Gauthier-Villars et C^{ie}, Paris, 1934.

Encore un ouvrage qui tente de préciser, de manière de plus en plus délicate, des conditions d'existence et de résolution auxquelles, au simple aspect, on n'est pas porté à songer.

Il faut reconnaître maintenant qu'on n'introduit pas, en Physique mathématique, des surfaces, des volumes, des étendues avec les bonnes vieilles vues intuitives qui s'attachaient autrefois à ces mots. Il y a là des notions intégrales qui ont été l'objet de reconstructions à peu près totales, ce dont la Physique théorique profite sans cesse; la Physique mathématique doit tout naturellement emboîter le pas.

L'ouvrage débute par les trois conditions de Liapounoff s'appliquant à des surfaces limites de domaines; dans les cas les plus simples, ces conditions sont réalisées d'elles-mêmes et il semble fort inutile d'en parler, mais elles permettent d'aborder de façon claire des énoncés dont les conséquences, avec les méthodes d'autrefois, persistaient à ne pas paraître absolument maniables. Tout ceci n'empêche point l'élégance des formules, comme on peut s'en convaincre avec le théorème de Hugoniot-Hadamard (p. 10). Les formules de Green et de Stokes, l'intégrale de Gauss s'accommodent également fort bien des nouveaux principes.

D'ailleurs, dans la Théorie du potentiel, nous retrouvons les discontinuités fondamentales qui, avec un léger esprit d'extension, vont préparer celles de la théorie des ondes. Et ceci est si vrai que le Problème de Neumann (Ch. III) est traité avant celui de Dirichlet (Ch. IV); c'est le premier qui actuellement est générateur de bien des considérations ondulatoires.

Les domaines à faces planes facilitent de beaucoup certaines discussions où interviennent maintenant des équations intégrales; d'ailleurs, à y regarder de près, c'est cette domination des notions intégrales qui permet toutes précisions et tout véritable progrès. Enfin, bien qu'il soit délicat de se prononcer sur ce point, il semble que M. Gunther nous révèle, dans le Problème de Neumann, une plasticité supérieure à celle du problème de Dirichlet. Au premier se rattache aisément le Problème de Robin; de simples singularités polaires établissent le lien. Le problème de Dirichlet est plus tendu; ses diverses modalités, intérieures et extérieures, reposent sur des considérations singulières moins extensibles, du moins au premier abord. Il a cependant le beau rôle de conduire aux fonctions de Green qui n'ont nullement été dépouillées de leur élégance d'autrefois et, après lesquelles, la fonction de Neumann permet de reprendre le Problème de cet auteur. Si je ne me trompe, il y a bien, dans l'ouvrage, une sorte de point de vue dualistique d'où l'on compare, tour à tour, deux problèmes fondamentaux à la clarté de méthodes qui, plusieurs fois, semblent faire passer le maximum d'intérêt de l'un à l'autre. Finalement, les ondes, la propagation de la chaleur sont justiciables autant des fonctions de Green que de celles de Neumann. Et tout potentiel newtonien, sous des conditions de continuité extrêmement générales, est développable à l'aide de fonctions *universelles* étudiées par M. A. Korn.

Un Appendice revient sur d'épineux théorèmes qui furent travaillés non seulement par Liapounoff mais aussi par Stekloff dans une « Théorie générale des fonctions fondamentales » publiée aux *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*. Nos *Annales*, vers le commencement du siècle, furent riches, en effet, en exposés de ce genre. Raison de plus pour nous féliciter de leur fécondité, celle-ci étant mieux qu'établie dans le livre subtil et profond dû à M. Gunther.

A. Buhl (Toulouse).

Gilbert Ames Bliss. — **Algebraic Functions** (American Mathematical Society Colloquium Publications, Volume XVI). — Un vol. gr. in-8° de x-218 pages. Prix $ 3.00. Published by the American Mathematical Society. New-York. 1933.

Ouvrage clair et concis que l'on parcourt avec aisance quand on connaît déjà le sujet et qui est également très à recommander aux néophytes. Comme je suis parmi les avertis, je puis dire que ce qui m'a le plus frappé, de ce point de vue, est le terrain perdu par le calcul qui, à vrai dire, n'a jamais été bien développé mais que certains auteurs ont parfois provoqué