nos collègues de langue allemande. Un quatrième volume vient de paraître. Consacré à la géométrie élémentaire [1], il est dû aux plumes autorisées de MM. F. GONSETH, professeur à l'E.P.F. et Paul MARTI, professeur au Gymnase de Berne. La commission romande a mis au concours des manuels d'algèbre et d'arithmétique. Le programme de ce concours a été adressé aux membres de la Société.

M. Paul MARTI a été nommé président de la Société pour la période de 1933 à 1936.

II. — POTENTIEL NEWTONIEN ET THÉORIE DES FONCTIONS.

Résumé de la conférence de M. le prof. R. Wavre (Genève).

Au XVIIe siècle les Cartésiens cherchaient à expliquer le mouvement des astres par des actions de contact se transmettant de proche en proche. Cette conception revit aujourd'hui avec Einstein mais sur un autre plan, puisque les phénomènes gravifiques, suivant la conception relativiste, se transmettent par onde.

Entre temps, Newton avait fait connaître sa loi de l'attraction universelle, loi purement mathématique et d'une forme très simple. Mais le grand savant anglais renonçait à expliquer les causes de la gravitation; le comment seul retint l'attention des mathématiciens; quant au pourquoi de l'attraction, les philosophes se le demandaient quelquefois, et les physiciens ont cru à plusieurs reprises le découvrir.

Depuis Einstein, le pourquoi et le comment ne forment plus qu'une seule et même question et la réponse leur est donnée par la contexture spatiale, j'entends la métrique riemannienne.

Mais l'hypothèse newtonienne de l'attraction entre les astres et sa forme mathématique exacte a été hautement vérifiée par les observations astronomiques, à l'exception toutefois de quelques-unes; et les conséquences de la loi d'attraction ont été développées sans relâche au point de vue strictement mathématique. Les mathématiciens et les physiciens y étaient d'autant plus encouragés que le champ électrostatique se comportait au signe près comme le champ gravifique et que la loi de Coulomb était semblable à la loi de Newton.

Si l'on envisage l'attraction d'une masse unité sur une autre masse unité mobile, on sait que les composantes de l'attraction dérivent du potentiel égal à l'inverse de la distance. S'il y a plusieurs corps attirants, il faut faire une sommation ou une intégration étendue à la matière attractive. De nombreux théorèmes ont été formulés au sujet du comportement du potentiel newtonien à l'entrée dans les masses

---

[1] *Leitfaden der Planimetrie*, Erster Teil. Editions Orell Füssli, Zurich. — Voir le compte rendu sommaire qu'en donne *L'Ens. mathém.*, t. 32, p. 128.

attirantes. Ainsi l'objet principal des études classiques du potentiel newtonien réside en ceci: étant donné les masses, c'est-à-dire les corps générateurs, étudier le potentiel et ses propriétés. C'est cette question qui devait être résolue pour les besoins de la géodésie, de la mécanique céleste ou de l'électrostatique.

Mais il existe une question inverse, vers laquelle la géodésie elle-même nous achemine, c'est celle-ci: *reconstituer les corps, étant donné leur potentiel.* En effet, l'on peut espérer déterminer un jour, avec toute la précision pratiquement désirable, la constitution de la terre, c'est-à-dire la répartition des masses à son intérieur, par des mesures très précises de la pesanteur à la surface du globe.

Un certain nombre de corps qui nous sont inconnus exercent une attraction dans un domaine D de l'espace. Supposant connue l'attraction dans le domaine D, il s'agit de reconstituer les corps qui la provoquent. Le potentiel newtonien est comme un corps organisé, un être vivant. Si l'on se donne un seul de ces éléments, on peut le reconstruire dans sa totalité. Cuvier, déjà, se faisait fort de reconstruire un vertébré d'après une seule de ses vertèbres.

Le problème inverse est tout d'abord une question de prolongement analytique du potentiel connu dans le domaine D. Le problème serait théoriquement résolu si les frontières des corps étaient toujours des singularités pour le potentiel, car alors la frontière des corps coïnciderait avec la frontière du domaine de Weierstrass de la fonction donnée dans D. Mais il n'en est pas ainsi. Le potentiel se prolonge au travers des surfaces qui limitent les corps sans qu'il apparaisse au premier abord que l'on traverse les matières attirantes. Ce prolongement analytique ne coïncide plus à l'intérieur du corps avec le potentiel newtonien lui-même. Cependant, les arêtes des corps seront en général des lignes de ramification au voisinage desquelles s'échangent une infinité de branches de la fonction analytique multiforme que l'on étudie. Ainsi un polyèdre pourrait être entièrement identifié à partir du potentiel qu'il crée dans un domaine, si petit qu'il soit, de l'espace. L'on parviendrait, par l'étude du prolongement analytique de l'élément donné du potentiel, à reconnaître les arêtes du corps, les fonctions-périodes pour les circuits décrits autour de ces arêtes, puis les faces du polyèdre par une décomposition de ces fonctions-périodes. La détermination des corps, à partir de leur attraction, est avant tout un problème de prolongement analytique et d'étude des fonctions analytiques multiformes.

Ici comme ailleurs, se posent des questions d'unicité, à savoir: existe-t-il des corps différents capables d'engendrer le même potentiel dans une certaine région de l'espace. Si cela est possible, la solution du problème inverse ne sera pas univoque et c'est une famille de corps qui répondront à la question plutôt qu'un corps unique. Mon ami et collaborateur, M. Dive, s'est spécialement attaché depuis quelques années à la question des corps de même attraction. Il a fourni des exemples fort intéressants à ce sujet et des théorèmes très instructifs, tandis que je me suis attaché à l'étude des prolongements analytiques et des lignes de ramification.

Avant de terminer cet exposé, je voudrais vous citer un exemple où le caractère multiforme d'un potentiel newtonien prolongé apparaîtra avec toute la clarté et la précision nécessaires. Je laisse au lecteur le soin de refaire le dessin.

Envisageons une couche homogène, comprise entre deux sphères concentriques, puis une autre couche identique à la première, mais occupant une position différente et telle que les deux cavités aient une partie commune S. Les deux couches engendrent le même potentiel constant dans la partie commune. Retranchons l'anneau commun aux deux corps. Les potentiels des deux parties restantes sont encore identiques entre eux dans S. Maintenant, sortons de S en évitant la première couche et passant au travers de l'anneau retranché pour aller jusqu'en un point M dans l'espace extérieur. Faisons de même avec la seconde couche en traversant encore l'anneau mais dans l'autre sens, pour aboutir au même point extérieur. Par ce procédé, l'on a suivi la détermination physique du potentiel en évitant les masses attirantes, mais, au point M les deux déterminations données doivent différer, car en ce point, l'attraction de l'une des couches ne peut plus coïncider avec l'attraction de l'autre. Voici donc un exemple où le caractère multiforme du potentiel apparaît nettement. Les arêtes de l'anneau sont quatre lignes de ramification de la fonction analytique qui coïncide avec les deux potentiels newtoniens dans S. Et ces lignes sont en même temps les arêtes des corps attirants.

Ce bref aperçu du problème inverse aura suffi, je l'espère, à vous convaincre que la théorie des fonctions et la théorie du potentiel newtonien ont encore de précieux services à se rendre.

Quoi qu'il en soit des interprétations que l'avenir réserve à la gravitation, la loi de Newton sous sa forme si précise et si simple est encore aujourd'hui pour les mathématiques une merveilleuse hypothèse de travail et une source abondante de résultats nouveaux.

III. — Géométrie élémentaire et Topologie.

Résumé de la conférence de M. le prof. H. Hopf (Zurich).

Après un tracé approximatif des limites de la « géométrie élémentaire » — figures accessibles à l'intuition, méthode indépendante des procédés infinitésimaux — et un bref rappel du « Programme d'Erlangen »[1] de Klein, selon qui la topologie est l'étude des propriétés des figures géométriques que n'altèrent pas les transformations biuni-

---

[1] F. Klein, *Ges. Math. Abhandlungen* (Berlin, 1921), t. 1, p. 460 sq.