Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 32 (1933)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LA TRANSFORMATION $w = \frac{1}{\sqrt{Az^2 + Bz + C}}$

Autor: Michel, W.

Kapitel: I. — Introduction.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-25333

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

et, d'une manière analogue, nous trouverions l'autre

$$4\left\{t_2\right\}\left\{t_4\right\} = \left\{a\right\}\!\!\left\{c\right\}.$$

Alors

$$\left\{a\right\}\left\{b\right\}\left\{c\right\}\left\{d\right\} = 16\left\{t_1\right\}\left\{t_2\right\}\left\{t_3\right\}\left\{t_4\right\}$$

et, en définitive,

$$S^2 = \{t_1\}\{t_2\}\{t_3\}\{t_4\}$$
.

Catanzaro, juillet 1932.

LA TRANSFORMATION
$$\omega = \frac{1}{\sqrt{Az^2 + Bz + C}}$$

PAR

W. MICHEL (Berne).

I. — Introduction.

Toute fonction de deux variables complexes de la forme

$$w = \frac{1}{\sqrt{Az^2 + Bz + C}} \tag{1}$$

peut être mise sous la forme

$$w = \frac{1}{\sqrt{z^2 - 1}} \tag{2}$$

par les transformations homothétiques des plans des z et des w

$$z = \frac{\mathrm{D}z' - \mathrm{B}}{2\,\mathrm{A}} \;, \quad \omega = \frac{2\,\sqrt{\mathrm{A}}}{\mathrm{D}}\omega' \;,$$

où nous supposons $D = \sqrt{B^2 - 4AC} \neq 0$.

Le caractère de la représentation d'une fonction n'est pas modifié par une transformation homothétique. Nous pouvons donc nous borner à étudier la formule (2), qui est plus simple à traiter que la formule (1).

II. — La surface de Riemann pour
$$w = \frac{1}{\sqrt{z^2 - 1}}$$
.

w ne prend qu'une seule valeur aux points $z_1 = +1$, $z_2 = -1$, $z_3 = \infty$ et à ces points correspondent respectivement les points $w_1 = w_2 = \infty$, $w_3 = 0$ dans le plan des w. Pour tout autre point du plan des z, w prend deux valeurs, égales en valeur absolue, mais de signes contraires.

Considérons le plan des z comme étant constitué par deux plans infiniment rapprochés l'un de l'autre. En deux points opposés, la fonction w prendra deux valeurs ne différant que par le signe. Aux points z_1 , z_2 , z_3 , les deux valeurs de la fonction sont égales. Ce sont donc des points de ramification de la fonction. Reste à savoir si le plan des w est lui aussi composé de deux surfaces.

Formons la fonction inverse

$$z = \frac{\sqrt{w^2 + 1}}{w} = \frac{\sqrt{(w + i)(w - i)}}{w}. \tag{3}$$

Nous en déduisons immédiatement que le plan des w est aussi double. Ainsi le double plan des z est transformé par la fonction (2) en plan double des w. La transformation est conforme en chaque point ou l'on a

$$\frac{d\omega}{dz} = \frac{-z}{\sqrt{(z^2 - 1)^3}} \neq 0 \quad \text{et} \quad \neq \infty \quad ; \tag{4}$$

on a

$$rac{dw}{dz}=0 \quad ext{pour} \quad z_3=\infty \; , \qquad z_4=0 \; ,$$
 $rac{dw}{dz}=\infty \quad ext{pour} \quad z_1=+1 \; , \quad z_2=-1 \; .$

Les deux surfaces de Riemann sont donc transformées de façon conforme l'une dans l'autre à l'exception des cinq couples de points

$$z_1 = +1$$
, $z_2 = -1$, $z_3 = \infty$, $z_4 = 0$, $z_5 = 0$, $w_1 = \infty$. $w_2 = \infty$. $w_3 = 0$. $w_4 = +i$. $w_5 = -i$.