

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 31 (1932)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** UN CAS PARTICULIER DU THÉORÈME DE CLIFFORD  
**Autor:** Tzitzéica, G.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-24622>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 17.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

d'où, en remarquant que  $T_1 = \operatorname{arc} \operatorname{tg} t$ ,

$$T_3 = \frac{t}{4(1+t^2)^2} + \frac{3t}{8(1+t^2)} + \frac{3}{8} \operatorname{arc} \operatorname{tg} t .$$

Finalement

$$T_3 - T_4 = \frac{t[3(1+t^2)^2 + 2(1+t^2) - 8]}{48(1+t^2)^3} + \frac{1}{16} \operatorname{arc} \operatorname{tg} t .$$

La fraction constituant le premier terme du second membre s'annulant pour  $t = 0$  et  $t = \infty$ , et  $\operatorname{arc} \operatorname{tg} t$  prenant les valeurs 0 et  $\frac{\pi}{2}$  pour  $t = 0$  et  $t = \infty$ , la valeur de  $S$  est donc

$$S = \frac{\pi}{4} a^2 .$$

C'est l'aire du cercle  $\gamma$ .

La courbe d'Archytas admettant, comme le cylindre et le tore, les plans  $Oxy$  et  $Oxz$  pour plans de symétrie, ce résultat peut s'enoncer comme suit:

*Les projections d'une courbe d'Archytas sur ses deux plans de symétrie ont des aires égales; propriété qui semble n'avoir pas été remarquée jusqu'ici.*

## UN CAS PARTICULIER DU THÉOREME DE CLIFFORD

PAR

G. TZITZÉICA (Bucarest).

1. — On connaît le théorème de CLIFFORD, généralisation admirable du théorème de MIQUEL. Celui-ci se rapporte à un quadrilatère: Les cercles circonscrits aux quatre triangles, obtenus en supprimant successivement chaque côté du quadrilatère, passent tous par un même point, le point de Miquel du quadrilatère.

Si on considère, dans un plan, cinq droites, les points de Miquel des cinq quadrilatères, qu'on obtient en laissant de côté successivement chacune des cinq droites, sont situés sur un même cercle.

Pour un groupe de six droites, on a six cercles passant par un même point.

En général, pour un groupe de  $2n$  droites, on a  $2n$  cercles passant par un point; pour un groupe de  $2n + 1$  droites, on a  $2n + 1$  points situés sur un même cercle.

C'est là le *théorème de Clifford*. On peut donner à ce théorème une autre forme, en appliquant à la figure une inversion par rapport à un point quelconque du plan.

Au lieu d'un groupe de points, on aura un groupe de cercles passant tous par un même point. C'est sous cette forme du théorème de Clifford que nous allons envisager un cas particulier remarquable.

2. — Etant données  $n$  quantités complexes  $z_1, z_2, \dots, z_n$  de même module

$$|z_1| = |z_2| = \dots = |z_n| = R,$$

nous allons prouver qu'on peut lire sur l'expression

$$z = z_1 + z_2 + \dots + z_n$$

le théorème de Clifford, dans le cas particulier où tous les cercles passant par l'origine ont le même rayon  $R$ .

Pour arriver à lire géométriquement le cas général, où  $n$  est un nombre entier et positif quelconque, nous étudierons successivement les cas  $n = 1, 2, \dots$

3. — Prenons d'abord le cas  $n = 1$ . On a

$$z = z_1;$$

c'est un point situé sur le cercle de centre  $O$  (origine des axes) et de rayon  $|z_1| = R$ . On peut considérer ce point comme le centre d'un cercle passant par l'origine et ayant, par conséquent, le rayon  $R$ .

Passons maintenant au cas  $n = 2$ . On a alors

$$z = z_1 + z_2, \quad |z_1| = |z_2| = R.$$

Comme

$$|z - z_1| = |z - z_2| = |z_1| = |z_2| = R,$$

le point  $z$  est le second point commun aux cercles ayant pour centres  $z_1$  et  $z_2$  et passant par l'origine.

Dans le cas  $n = 3$ , on a

$$z = z_1 + z_2 + z_3, \quad |z_1| = |z_2| = |z_3| = R_3,$$

il y a donc trois cercles égaux  $C_1, C_2, C_3$  passant par l'origine et ayant pour centres  $z_1, z_2, z_3$ . D'autre part, on a

$$|z - z_2 - z_3| = |z - z_3 - z_1| = |z - z_1 - z_2| = R.$$

On en conclut que le point  $z$  est le centre du cercle  $C_{123}$  passant par les points communs, en dehors de l'origine, des cercles  $C_1, C_2, C_3$  pris deux à deux.

4. — Pour  $n = 4$  nous arrivons au cas particulier qui correspond au théorème de Miquel. On a, dans ce cas,

$$z = z_1 + z_2 + z_3 + z_4, \quad |z_1| = |z_2| = |z_3| = |z_4| = R.$$

Il y a donc quatre cercles égaux  $C_1, C_2, C_3$  et  $C_4$ , passant par l'origine et ayant les points  $z_1, z_2, z_3, z_4$  pour centres. On aura aussi quatre cercles, égaux eux aussi, passant par les points d'intersection, en dehors de l'origine, des cercles  $C_1, C_2, C_3, C_4$  pris trois à trois. Nous désignerons ces cercles par  $C_{234}, C_{134}, C_{124}, C_{123}$ .

Comme on a

$$\begin{aligned} |z - z_2 - z_3 - z_4| &= |z - z_1 - z_3 - z_4| = |z - z_1 - z_2 - z_4| \\ &= |z - z_1 - z_2 - z_3| = R, \end{aligned}$$

le point  $z$  est un point commun aux quatre cercles  $C_{234}, C_{134}, C_{124}, C_{123}$ , c'est le point de Miquel du quadrilatère circulaire formé par les cercles  $C_1, C_2, C_3$  et  $C_4$ . Nous désignons ce point par  $P_{1234}$ .

Considérons actuellement le cas  $n = 5$ , donc

$$z = z_1 + z_2 + \dots + z_5, \quad |z_1| = |z_2| = \dots = |z_5| = R.$$

On a donc les cinq cercles égaux  $C_1, C_2, \dots, C_5$  passant par l'ori-

gine. Pour chaque groupe de quatre de ces cercles, il y a un point de Miquel correspondant. Comme on a

$$|z - z_2 - z_3 - z_4 - z_5| = |z - z_1 - z_3 - z_4 - z_5| = \dots = R,$$

le point  $z$  est le centre d'un cercle de rayon  $R$  et passant par les points  $P_{2345}$ ,  $P_{1345}$ , ..., et que nous désignerons par  $C_{12345}$ .

Pour  $n = 6$  on aura six cercles égaux  $C_1$ ,  $C_2$ , ...,  $C_6$ , passant par l'origine et le point

$$z = z_1 + z_2 + \dots + z_6$$

sera commun aux six cercles  $C_{23456}$ ,  $C_{13456}$ , ..., égaux eux aussi. On peut continuer ainsi indéfiniment.

Le théorème de Clifford, dans le cas particulier que nous avons envisagé, est complètement démontré. On constate de plus que tous les cercles qui interviennent successivement dans la figure sont égaux entre eux.

---

## DISCRIMINATION AU MOYEN DE LA NOTION DE PARATINGENT D'UNE CATÉGORIE DE CONTINUS QUI SONT DES COURBES

PAR

M. Georges BOULIGAND (Poitiers).

---

1. — Soit  $O$  un point d'accumulation de l'ensemble ponctuel  $E$ . Une droite  $VV'$  passant par  $O$  est dite une *paratingente* de  $E$  en  $O$  s'il existe une suite infinie de cordes  $P_i Q_i$  de  $E$  tendant vers  $VV'$  lorsque leurs extrêmités tendent vers  $O$ .

J'ai montré l'utilité du *paratingent* (ou collection des paratingentes) pour la sélection de classes étendues de variétés à  $p$  dimensions dans un espace euclidien à  $p + q$  dimensions <sup>1</sup>. D'une

---

<sup>1</sup> G. BOULIGAND. — Sur quelques applications de la Théorie des ensembles à la géométrie infinitésimale. — *Bull. Ac. Polon. Math.*, série A, année 1930, p. 410.