laquelle nous sommes récemment revenu à propos de l'ouvrage de M. Harris Hancock.

Parmi les auteurs tentés par le sujet citons Euler, Legendre, Abel, Lejeune-Dirichlet, Libri, Kummer, Lamé, Lebesgue (1840), Liouville, Cauchy, Kronecker, Genocchi, Korkine, E. de Jonquières, Catalan, Mansion, Mathews, Mirimanoff, Smith, Maillet, Hurwitz, Dickson, Wieferich, Fleck, Gouy, Fabry, Vandiver, Pomey, Mordell.

Naturellement, il est question d'Einstein. Ceci à propos d'un travail de Mordell analysé par M. Eugène Cahen. M. Cahen voit dans les travaux arithmétiques de Minkowski un acheminement vers les théories einsteiniennes, ce en quoi il a grandement raison (p. 171). C'est toujours l'histoire du Nombre qui, même en ses combinaisons les plus abstraites et les plus mystérieuses, traduit fatalement quelque aspect des harmonies universelles.

A. Buhl (Toulouse).

Panajiotis Zervos. — **Le Problème de Monge** (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat; fasc. LIII). — Un fascicule gr. in-8° de 56 pages. Prix: 15 francs. Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1932.

Problème qui, au premier aspect, est un problème d'équations différentielles indéterminé puisque, par exemple, il pose l'unique équation $f(x, y, z, y', z') = 0$ pour deux fonctions inconnues, de x, soient y et z. Nous étions dans des questions de ce genre, plus haut, à propos des *systèmes incomplets* de M. Carrus. A l'équation $f = 0$, on peut faire correspondre une équation, en x, y, z, p, q, qui, par rapport à $f = 0$, joue un rôle tangentiel. Mais les équations de Monge sont imposées par la Géométrie; il y a intérêt à comprendre leur rôle propre et à les intégrer par des méthodes qui leur soient véritablement adéquates. Il y a même une indéniable élégance dans les procédés respectivement appliqués par Euler et par Darboux à

$$dx^2 + dy^2 = ds^2 , \qquad dx^2 + dy^2 + dz^2 = ds^2$$

et, pour le cas général en x_i, dx_i, homogène en dx_i, il ne faut point méconnaître les nombreux efforts, très directs, dûs à d'éminents géomètres tels Beudon, Cartan, Goursat, Hadamard, Hilbert, Lie, Serret, Vessiot, Weber, sans oublier M. Zervos lui-même.

Il y a des systèmes de Monge et des équations de Monge d'ordre supérieur en x_i, dx_i, $d^2 x_i$. Ils ont surtout été l'objet des travaux de M. Goursat. Des cas d'impossibilité très généraux ont été signalés par M. Hilbert; ils montrent l'insuffisance du procédé tangentiel signalé en premier lieu. M. Elie Cartan a beaucoup étendu la question en recherchant une équivalence entre le Problème de Monge et l'intégration d'un système de Pfaff. Les formes *dérivées* interviennent, la question avoisine les formules de Stokes générales et il faut créer la notion de système *spécial* pour en pouvoir concevoir l'intégration explicite.

Quant à la correspondance entre équations de Monge et équations aux dérivées partielles elle a également donné lieu à d'importants travaux de M. Vessiot où interviennent des faisceaux de transformations infinitésimales et des faisceaux *dérivés* dépendant de crochets (X_i, X_h) donnant naissance à une *structure*. Ce sont là procédés de la Théorie des groupes utilisée aussi au fond, par M. Cartan. Le sujet, on le voit, est à faces multiples. Il est fort propre à réaliser, dans le domaine tangible, nombre de constructions d'apparence abstraite.

A. BUHL (Toulouse).

S. MANDELBROJT. — **Les Singularités des Fonctions analytiques représentées par une série de Taylor** (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat; fasc. LIV). — Un fascicule gr. in-8° de 56 pages Prix: 15 francs. Gauthier-Villars et C^ie^, Paris, 1932.

Faut-il rappeler comment un tel sujet s'est introduit dans la Science ?. Qui ne connait la prodigieuse importance de la Thèse de M. Jacques Hadamard et du volume sur *La Série de Taylor et son prolongement analytique* publié, dans la Collection *Scientia*, en 1901. Une seconde édition suivit, en 1926, avec la collaboration de M. Mandelbrojt; un second volume était même promis. Mais il eût été bien dommage que le *Mémorial* ne contint pas un fascicule sur la question; nous l'avons maintenant à partir de la formule de Cauchy, de la notion même d'analyticité, bref, à partir d'un point de vue élémentaire. La question ne cesse que trop rapidement de l'être. Ecrire:

$$f(z) = a_0 + a_1(z - \alpha) + a_2(z - \alpha)^2 + \dots ,$$

considérer a_n comme une fonction de n dont on doit déduire les propriétés et notamment les singularités de $f(z)$, voilà un problème d'apparence simple recélant cependant des difficultés dont nous sommes loin de dominer l'ensemble. Il débute par la question de convergence qui peut revenir à déterminer le point singulier de $f(z)$ le plus proche de α; les singularités polaires multiples, sur le cercle de convergence C, ont donné lieu à un critère où les a_n figurent en un déterminant. A un point singulier *essentiel*, sur C, correspond a_n fonction entière de n; cette assertion est le prototype de résultats variés dûs à Leau, Fabry, Soula. La multiplication des singularités (Hadamard) peut être basée sur une élégante intégrale curviligne à la Parseval; les étoiles de Mittag-Leffler commencent à apparaître. Un théorème d'Hurwitz-Pincherle correspond à une transformation d'Euler; il est généralisé par un théorème de Lindelöf-Mandelbrojt. Jusqu'ici on recherche encore la simplicité des singularités, sur C, mais voici maintenant le cas de C coupure avec, par exemple, le curieux théorème de Fatou-Pólya sur les changements de signe des a_n, changements qui font de C une coupure. Les lacunes, dans les a_n, se conservant évidemment par intégration et par dérivation, engendrent, par ce seul fait, une analyticité lacunaire riche en résultats. Et les lacunes, dans les a_n, ne sont que les cas particuliers de propriétés arithmétiques difficiles mais bien intéressantes à traduire en propriétés de $f(z)$. Riche bibliographie. Instrument de travail à recommander de manière toute particulière, aux jeunes et puissants esprits.

A. BUHL (Toulouse).