Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 31 (1932)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: Paul Montel. — Leçons sur les Fonctions entières ou méromorphes, recueillies par P. Sergesco (Publications du Séminaire mathématique de l'Université de Cluj, fasc. 1). — Un volume gr. in 8° de XIV-116 pages. Prix: 30 francs. Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1932.

Autor: Buhl, A.

Le Chapitre III est consacré à la fonction modulaire et aux surfaces de Riemann associées, ce qui permet d'arriver aux théorèmes de M. Emile Picard, aux subtilités avoisinant maintenant des racines. De chercheur à chercheur, de professeur à professeur, il y a, dans de tels sujets, des rencontres inévitables et nous pourrions répéter ici ce que nous disions l'an dernier en analysant les *Studien über den Schottkyschen Satz* d'Alexander Ostrowski. Avec M. Julia, c'est surtout une méthode de M. Lindelöf qui sert de base, en tant qu'elle peut être prolongée, conformément aux idées de M. Littlewood, vers les conceptions sur les moyennes de modules, les fonctions subordonnées l'une à l'autre et, en particulier, les fonctions subharmoniques. Evidemment il y a encore là des procédés inégalitaires, des procédés de majoration mais qui n'ont plus un caractère accidentel. Les méthodes majorantes ont aujourd'hui une esthétique spéciale, moins visible, sans doute, que celle des méthodes égalitaires mais tout aussi nécessaire à la perfection mathématique. D'ailleurs, comme le dit M. Julia dans sa Préface, de telles expositions ne sont jamais complètes et ne peuvent l'être. Il y a tellement d'arbres qu'il faut en sacrifier quelques-uns si l'on ne veut perdre de vue la forêt. Toutefois, avec des cours comme celui que vient de rédiger M. André Magnier, on a le moyen d'assimiler des théories délicates, exigeant beaucoup de finesse d'esprit mais promettant, en retour, des élaborations fécondes et de plus en plus originales.

A. Buhl (Toulouse).

Paul Montel. — **Leçons sur les Fonctions entières ou méromorphes,** recueillies par P. Sergesco (Publications du Séminaire mathématique de l'Université de Cluj, fasc. 1). — Un volume gr. in 8° de XIV-116 pages. Prix: 30 francs. Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1932.

Encore le théorème de M. Emile Picard ! C'est tout naturel. C'est le fond des choses en Théorie des fonctions tout comme la notion de racine a toujours été tout ce qu'il y a de plus fondamental en matière d'équations algébriques. Rien qu'en feuilletant le nouveau volume, j'ai retrouvé Schottky, Ostrowski, Julia et j'ai, tout de suite, été fixé. Mais j'ai retrouvé aussi l'auteur même, M. Paul Montel, dont les méthodes ne manquent point d'une puissante originalité; j'ai même rapidement compris qu'il avait été appelé en Roumanie à cause de cela et que son exposé, recueilli par M. Sergesco, Professeur à l'Université de Cluj, inaugurait une nouvelle Collection mathématique qui ne serait d'ailleurs pas consacrée rien qu'à la Théorie des Fonctions mais qui aurait un rôle général d'initiation vers les grandes choses n'ayant que de petites places dans les traités classiques. Et, dans ces conditions, le théorème de M. Picard s'imposait pour un fascicule inaugural.

Tout est pris ici, comme il convenait, de manière relativement élémentaire. Un polynome croit d'autant plus vite qu'il est de degré plus élevé, donc qu'il a davantage de racines. Il faut donc étudier la croissance des fonctions si l'on veut étudier leurs zéros. Les fonctions auxiliaires $M(r)$ et $T(r)$ de M. Nevanlinna aboutissent bientôt à la curieuse loi d'équilibre due à ce dernier grâce à une invariance qui ne change pas $T(r)$ quand on remplace $f(z)$ par $1 : [f(z) - a]$. Si, des modules r, on passe à l'étude des arguments de $f(z) - a$, on arrive élégamment aux pavages dûs à M. Montel en personne. Chaque pavé a une représentation conforme sur un domaine fixe (d) en lequel il faut considérer une suite de $f_n(z)$. De là découlent la notion de famille normale, de point *irrégulier* ou *singulier collectif*. Je ne décris pas davantage mais on sent qu'ici il y a une grande idée fragmentant les difficultés.

Le premier Chapitre débutant par les formules de Green et de Poisson-Jensen qui, comme la représentation conforme, peuvent servir à des développements physiques, on obtient, avec M. Montel, une Théorie des fonctions très imagée que l'on suit comme on suivrait un enchaînement de phénomènes. Il est extrêmement remarquable d'observer avec quelle plasticité les formules initiales donnent, sans complications apparentes, des propriétés générales appartenant aussi bien aux fonctions méromorphes. Sans doute, il y a, en tout cela, un merveilleux usage de l'uniformité. Après tant et tant de travaux, tant et tant d'expositions se rapportant aux théorèmes de M. Picard, il serait singulièrement imprudent de vouloir établir un classement où l'on rechercherait la plus belle apparence des choses. Ceci n'empêche pas que M. Montel a parfaitement compris ce qu'on lui demandait à Cluj et qu'il nous donne, avec l'aide de M. Sergesco, des leçons initiatrices à recommander tout particulièrement aux néophytes.

A. Buhl (Toulouse).

Georges Bouligand. — **Introduction à la Géométrie infinitésimale directe.** Préface de M. Elie Cartan. — Un volume gr. in-8° de VIII-230 pages. Prix: 36 francs. Vuibert, Paris, 1932.

Cet ouvrage, extrêmement intéressant et qui va sans doute devenir fondamental quant à l'étude d'une géométrie infinitésimale renouvelée, aurait certainement soulevé des tempêtes si l'on avait pu seulement l'esquisser il y a trente ans. Aujourd'hui il ne suscitera que des travaux et des vocations. C'est du moins ce que souhaite M. Elie Cartan, à la fin de la Préface. Mais, à propos, que pourrais-je écrire, après M. Cartan, pour présenter ce livre ?

La première opération fondamentale de la Géométrie infinitésimale classique est celle qui consiste à passer d'un point à un point infiniment voisin tout en prenant ceux-ci dans des infinités de points, lignes, surfaces ou variétés quelconques. Soyons plus modernes en parlant d'*ensembles* de points. Nombreuses sont les tentatives de géométrisation de la Théorie des ensembles mais, pendant longtemps, on a pu croire que le concept d'espace ne pouvait indéfiniment se prêter à la représentation des concepts ensemblistes de plus en plus complexes. Les espaces abstraits de M. Fréchet peuvent déjà faire revenir sur cette manière de voir. Avec M. Bouligand, on peut remarquer, plus élémentairement, que faire de la géométrie étant une opération essentiellement sélective reposant sur la notion de groupe, on se trouvera encore dans un domaine géométrique lorsque des ensembles de points et leurs points d'accumulation seront transformés en des ensembles analogues par des groupes qui resteront à préciser. Mais il n'est pas besoin d'en dire davantage pour comprendre que l'ancienne idée des points, soumis à des transformations ponctuelles, peut être considérablement élargie en celle de *concepts nouveaux*, associables à des points et transformables, avec une certaine covariance, par des groupes adéquats. Il semble même que l'on puisse avancer indéfiniment dans cet ordre d'idées en généralisant de plus en plus les *concepts nouveaux* et les groupes qui leur