Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 31 (1932)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: L. Leau. — Les suites de fonctions en général. Domaine complexe (Mémorial des Scieaces mathématiques dirigé par Henri Villat; fasc. LIX). — Un fascicule gr. in-8° de 48 pages. Prix : 15 francs. Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1932.

Autor: Buhl, A.

dents, une admirable synthèse terminée par l'électromagnétostriction, les tensions de radiation, l'hystérèse, la thermodynamique relativiste. Les équations relativistes fondamentales devaient être complétées; elles sont toujours d'accord avec les équations de Maxwell jouant le rôle de principes analytiques fondamentaux, principes déjà élargis depuis longtemps.

Naturellement les choses deviennent particulièrement maniables dans un champ de Minkowski; les tensions de radiation ont des expressions aisément comparables en Mécanique classique et en Relativité (Léon Brillouin), le repos des systèmes électromagnétiques permet de juger toute l'ingéniosité qu'il a fallu déployer pour passer au cas du mouvement.

La transformation de Lorentz a toujours sa physionomie originelle; elle a aussi des variances géométriques simples intéressant notamment la notion de volume, des covariances et des contravariances dont le jeu est alors facile à suivre. La thermodynamique des corps en mouvement rectiligne et uniforme livre, de même, toutes ses variances et, en particulier, l'invariance de l'entropie. Avec la théorie de Dirac nous passons à des équations photoniques s'accordant merveilleusement avec les équations gravifiques et électroniques. La synthèse est aussi profonde que puissante.

A. Buhl (Toulouse).

L. Leau. — **Les suites de fonctions en général. Domaine complexe** (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat; fasc. LIX). — Un fascicule gr. in-8° de 48 pages. Prix : 15 francs. Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1932.

Le domaine réel a déjà été examiné, par M. Leau, dans un fascicule précédent. Il est intéressant et nécessaire de rapprocher les deux cas, de voir ce qui peut se conserver en passant de l'un à l'autre. Dans le domaine réel, où excellait René Baire, nous voyons, par exemple, que les suites de fonctions continues ne jouissent pas, en général, de la continuité.

Les suites de fonctions analytiques jouissent-elles, en général, de l'analyticité ? Plus exactement, comment les singularités des termes de la suite vont-elles retentir sur les singularités d'une fonction somme ou limite de cette suite. De telles questions sont extrêmement compliquées. Une simple série entière a des termes à singularité polaire (z^n a un pôle d'ordre n à l'infini) et peut présenter des singularités déjà très quelconques. Les suites de fonctions risquaient d'être le domaine de l'inextricable si d'ingénieux chercheurs n'avaient trouvé, dans le champ complexe, de merveilleux procédés d'exploration. Des domaines D sont devenus eux-mêmes des limites de domaines D_n, le tout pouvant être transformable par représentation conforme. L'intégrale de Cauchy reste à l'honneur. Sans doute, on la reconstruit parfois, de façon pointilleuse, sur des ensembles où Cauchy ne pouvait évidemment l'aventurer mais sa plasticité n'en est alors que plus remarquable.

Toutes ces considérations, déjà si étendues, ne demandent qu'à s'étendre encore. On les reprend sur les fonctions algébroïdes $u(z)$ pour lesquelles

$$u^v + a_1(z)\,u^{v-1} + \ldots + a_v(z) = o,$$

les $a(z)$ étant holomorphes ou méromorphes. On les étend aux fonctions de n variables complexes et même aux fonctions d'une infinité de variables, d'où une notion de fonctionnelle complexe présentant des caractères tout à fait nouveaux et d'une classification encore rudimentaire. Avis aux chercheurs. Il semble bien que l'Ecole française ait particulièrement brillé dans l'élaboration précédente avec MM. Denjoy, Fréchet, Hadamard, Julia, Montel, Valiron. A l'étranger, Arzela, Bieberbach, Blaschke, Carathéodory, Hartogs, Hilbert, Lindelöf, Lusin, Nevanlinna, Ostrowski, Pompeiu, Priwaloff ont apporté au sujet des contributions souvent assez disparates mais que l'on reliera mieux maintenant grâce à l'exposition de M. Leau.

A. BUHL (Toulouse).

Th. GOT. — **Propriétés générales des Groupes discontinus** (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat; fasc. LX). — Un fascicule gr. in-8° de 62 pages. Prix: 15 francs. Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1933.

Encore des groupes! Etant donnée l'allure actuelle de la Science, ce n'est pas superflu. Le *Mémorial*, parmi tant d'autres services rendus aux mathématiciens, rend encore le service général de faire cesser l'ostracisme qui régnait, surtout en France, contre la Théorie des groupes. Le présent fascicule n'est pas sans présenter certaines analogies avec celui de M. Delsarte analysé un peu plus haut, mais, après quelques préliminaires très généraux, il se spécialise beaucoup plus en s'en tenant, en somme, aux groupes homographiques à une variable complexe. Cependant, le sujet est immense. L'exposé de M. Got pourra servir d'introduction modernisée au tome second des *Œuvres* de Poincaré et également au tome second ajouté par le regretté Fatou aux *Fonctions algébriques* de Paul Appell et de M. Edouard Goursat. Ceci non sans passer par les groupes de M. Emile Picard. Les noms d'aussi grands géomètres montrent tout de même que la théorie a eu aussi de profondes racines en notre pays, mais comme accidentellement et de manière précisément ... discontinue.

Le fascicule actuel part de généralités qui s'appliquent tout aussi bien aux groupes continus. On y trouve l'isomorphisme, l'holoèdrie, la mérièdrie, la notion de groupes liés et, comme première figure, une sorte de magnifique rosace, uniquement formée d'arcs circulaires, qui montre bien que certains groupes peuvent avoir, au point de vue géométrique, une représentation accessible avec de minimes préliminaires et prometteuse de résultats des plus esthétiques.

Les substitutions fuchsiennes et automorphes conduisent sans peine à la Géométrie de Cayley particulièrement étudiée quant à la notion de mouvement et dans un esprit constructif. La composition des substitutions, leur permutabilité sont également traitées de manière cinématique. Plus loin, nous pourrions risquer quelques comparaisons avec le fascicule précédent, de M. Leau, car les domaines de discontinuité propre peuvent être ceux de *familles normales* selon les conceptions de M. Montel. Au total, M. Got a préparé le terrain pour les plus beaux épanouissements analytiques; avec quelle facilité il pourrait, sans doute, dans un autre fascicule, passer des groupes aux fonctions automorphes.

A. BUHL (Toulouse).