lesquelles la véritable géométrie d'un groupe est plutôt dans le jeu des paramètres qu'il contient que dans celui des variables transformées. Il s'agit de *prolonger* un groupe, à r paramètres, de manière à ce que ceux-ci et, en somme, toute la géométrie du groupe ne puissent plus dépendre que de paramètres essentiels e et e'. Si ces derniers sont précisément en nombre deux, la géométrie du groupe est analogue à celle d'une variété à deux dimensions. Les opérations de prolongement ont introduit, en celle-ci, des expressions différentielles comparables à la courbure ou à la torsion. On étudie bien *intrinséquement* le pouvoir transformateur du groupe indépendamment de tel ou tel assemblage d'éléments transformés. Il est extrêmement curieux de constater que cette géométrie intrinsèque, de Cesàro, Pick et Cartan, contient des développements fort analogues à ceux de la géométrie cinématique. Elle contient des *roulettes*, des *clothoïdes* attachécs à la fonction gamma comme la clothoïde ordinaire est attachée aux intégrales de Fresnel; son analyse est naturellement plus élevée et exige souvent des fonctions elliptiques là où la question correspondante de géométrie ordinaire s'accomode de fonctions élémentaires.

Un quatrième Chapitre nous montre que ces si curieuses considérations peuvent s'étendre à l'espace à trois dimensions. C'était à prévoir. Elles s'étendent même aux hyperespaces. A signaler particulièrement ici la théorie des « Soma » liée au nom de Study; ce sont des configurations de droites et de plans déterminables par des constantes en nombre fixé.

Le cinquième et dernier Chapitre arrive aux considérations générales de la Théorie des groupes, notamment quant à la détermination de toutes espèces d'invariants différentiels. Il s'agit, on le voit, d'un nouvel esprit de pénétration géométrique en cette Théorie des groupes jugée parfois abstruse par des mathématiciens qui ne manquent cependant ni de valeur ni de finesse d'esprit. Désormais la valeur et la finesse d'esprit ne pourront manquer d'apprécier des exposés tels que celui de M. Gerhard Kowalewski.

A. BUHL (Toulouse).

Kurt REIDEMESTER. — **Vorlesungen über Grundlagen der Geometrie** (Die Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band XXXII). — Un volume grand in-8° de x-147 pages et 37 figures. Prix: broché, RM.11, relié, RM. 12,60. Julius Springer, Berlin. 1930.

Ce volume pourrait être logiquement placé avec ceux qui, plus haut, s'occupent de Topologie. On y remarque encore que la Géométrie traduit toujours des propositions d'Analyse alors que l'inverse n'est pas vrai. Le présent exposé se propose de discriminer, en les généralités analytiques, ce qui contribue effectivement, à la constitution de la Géométrie, notamment de la géométrie euclidienne. Les idées du fameux programme d'Erlangen, de Félix Klein, sont entièrement respectées. Au concept de construction analytique s'ajoute celui de construction axiomatique. L'idée de groupe est fondamentale et, au point de vue logique, on retrouve promptement des notions, telles celles de coordonnées *naturelles*, qui semblent être les mêmes que celles déjà décrites, à propos de l'ouvrage précédent de M. Gerhard Kowalewski; mais ici on ne recherche plus l'image ni même le calcul. Le lecteur doit être accessible aux pensées abstraites (für abstrakte Gedanken zugänglich sein) comme il est dit à la fin de la Préface.

L'une des premières choses à faire est d'examiner les fondements de l'Algèbre, les opérations d'addition et de multiplication, les propriétés fondamentales d'associativité, de distributivité, de commutativité; de là naissent les *corps* et particulièrement les corps *gauches* où la commutativité est en défaut. Viennent ensuite les corps et les groupes *ordonnés* parmi lesquels se rangent les nombres réels. Les quaternions forment un corps gauche. L'axiome d'Archimède joue évidemment un grand rôle dans les questions d'ordination.

Avec les transformations affines nous marchons vers la géométrie projective et les dépendances linéaires de l'espace vectoriel.

Quant à l'axiomatique, notamment quant au *choix* des axiomes, les considérations précédentes se restreignent soit pour prendre une valeur constructive, spéciale dans le domaine logique, soit, plus simplement, pour satisfaire à l'empirisme. Il importe notamment de définir des conditions d'égalité. C'est seulement ici que les figures commencent à apparaître dans le livre et cette seule remarque en dit long sur le rôle du schème tracé par rapport à l'enchaînement de propositions qui lui permet enfin d'exister. Dès que l'on se permet de tracer, on conçoit rapidement des réseaux, des configurations et de véritables lemmes d'existence tels ceux de Desargues et de Pascal. Il faut admirer ces géomètres, tout d'ailleurs comme on doit admirer Euclide, d'avoir jadis ordonné la Géométrie d'une manière qui, en somme, n'est pas troublée par la logique moderne. Et cependant cette logique n'est pas superflue puisqu'elle situe la Géométrie parmi les prodigieux développements de l'Analyse. A. Buhl (Toulouse).

René Garnier. — **Cours de Mathématiques générales.** Tome II. Calcul intégral. — Un vol. grand in-8° de VI-396 pages et 275 figures. Prix: 80 francs. Gauthier-Villars & Cie, Paris. 1931.

Nous avons analysé le tome premier de cet excellent ouvrage dans le précédent volume de cette Revue (p. 188) et nous n'avons vraiment qu'à confirmer l'impression donnée alors.

Ici la notion d'aire prime la notion d'intégrale; c'est le point de vue pratique, prodigieusement fécond lorsqu'on sait s'en servir. Toujours au même point de vue géométrique, l'intégrale est comparée avec les séries à termes positifs et avec les séries alternées. Les procédés d'intégration sont riches en exemples; les fractions rationnelles ont des *pôles*, ce qui prépare aux généralisations de la Théorie des fonctions. Les intégrales rationnellement construites sur des courbes paramétriquement rationnelles sont des cas particuliers des intégrales *abéliennes.* Il y a un bénéfice immense à prévenir ainsi le néophyte qui, si on ne le met en présence que d'intégrales explicitables élémentairement, a une tendance invincible à chercher d'impossibles généralisations immédiates de tels cas. Les fonctions hyperboliques sont utilisées comme les fonctions circulaires.

Pour les intégrales multiples, même et large usage de considérations géométriques; de nombreuses figures en font foi. Les applications aux aires, aux volumes, à la géométrie des masses sont extrêmement variées. La formule $I = I_0 + Md^2$, de la théorie des moments d'inertie, conduit à un théorème de Leibnitz comprenant le théorème de la médiane du triangle et celui de Stewart.

Les intégrales curvilignes, les intégrales de différentielles totales sont illustrées par des développements thermodynamiques avec les notions