Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 29 (1930)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE.

Artikel: EDOUARD STUDY
Autor: Weiss, E. A.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-23261

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 19.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

EDOUARD STUDY

PAR

E. A. WEISS (Bonn).

Le 6 janvier 1930 l'Université de Bonn était frappée d'un grand deuil; elle perdait un illustre géomètre: E. STUDY.

Né à Coburg le 23 mars 1862, Edouard STUDY passa son doctorat à Munich en 1884. Il fut nommé privat-docent à Leipzig en 1885, sous les auspices de F. KLEIN. Après un court séjour en Amérique, à la John Hopkins-University (Baltimore), il retourna comme professeur extraordinaire à Marburg, passa à Bonn et devint professeur ordinaire à Greifswald en 1897. En 1904 il obtint à Bonn la chaire de Géométrie supérieure qu'il occupa jusqu'au mois de mars 1927.

Comparable à un savant du Moyen âge, STUDY n'était pas seulement géomètre. Intéressé à tout ce qui concerne les sciences et les lettres, avec une parfaite connaissance de l'anglais et de l'italien, avec un intérêt spécial pour l'art japonais, doué d'un goût développé pour la musique classique, STUDY avait fait des études profondes en biologie et en philosophie. Son premier mémoire, qu'il publie comme étudiant, traite des escargots de son département natal. Plus tard STUDY commence une grande collection de cryptogames; il cultive dans son jardin des exemplaires particulièrement rares importés d'Amérique. Il nous laisse enfin une des plus grandes collections de papillons concernant le problème du mimétisme, sujet favori qu'il traita, en rapport avec la théorie de la sélection de DARWIN, en plusieurs mémoires scientifiques.

Comme philosophe, STUDY était un ardent défenseur du bon sens contre toute idée mystique et impropre. C'est le bon sens qui lui a dicté son livre *Die realistische Weltansicht und die Lehre vom Raume* (1914), livre plein de cette aimable critique toujours

intéressante et de cette ironie satirique si caractéristique qui — sans égard pour l'impression désagréable provoquée chez l'adversaire — n'hésitait jamais à attaquer quiconque semblait avoir péché. C'est ainsi d'ailleurs qu'il se défendait lui-même en publiant ces remarques à l'emporte-pièce, conçues pendant une longue promenade autour de sa table dans une chambre pleine de fumée. Souvent, tard déjà dans la nuit, il allait voir ses amis pour leur montrer ce qu'il avait imaginé de nouveau dans ce genre: c'était un de ses plus grands plaisirs.

En Mathématiques le nom de STUDY ne sera pas lié à des problèmes lointains ou particulièrement difficiles. Ses mémoires traitent toujours, au contraire, des questions qui se posent presque d'elles mêmes; mais ils sont élaborés avec un soin minutieux jusqu'au dernier détail et ils donnent toujours le dernier mot dans l'étude du sujet envisagé.

Exception faite de quelques travaux sur la théorie générale des fonctions, la représentation conforme et la théorie des fonctions elliptiques en rapport avec la théorie des covariants irrationels d'une biquadratique binaire et sauf quelques autres mémoires que nous citerons plus tard, tous les travaux de STUDY sont consacrés à des sujets géométriques.

Après avoir passé sa Thèse conçue dans l'esprit de GRASSMANN, STUDY commence l'étude de la Théorie des invariants. En 1889 il publie un exposé systématique de ses recherches dans son premier livre *Methoden zur Theorie der ternären Formen.*

Puis il travaille la Théorie des Groupes. En poursuivant des découvertes de POINCARÉ, STUDY étudie la correspondance entre systèmes de nombres complexes et groupes projectifs réciproques simplement transitifs. En même temps il donne une classification complète des systèmes de nombres complexes à trois et à quatre unités. C'est là qu'il tombe sur les quaternions de HAMILTON qui, eux-mêmes ou déguisés en paramètres eulériens d'une transformation ternaire orthogonale, jouent, depuis ce temps, un rôle important dans beaucoup de ses mémoires.

L'introduction des paramètres eulériens réduit à des identités les relations quadratiques entre coefficients d'une transformation orthogonale. Dans son important mémoire, *Sphärische Trigonometrie, orthogonale Substitutionen und elliptische Funktionen*

(1893), STUDY réduit de la même façon, à des identités, les relations entre fonctions trigonométriques des angles et des côtés d'un triangle sphérique. Il y parvient au moyen d'une représentation paramétrique des triangles sphériques qui lui permet en même temps une représentation ponctuelle de ces triangles, représentation assez curieuse liée à un triple de tétraèdres desmiques de l'espace représentatif et dans laquelle, aux 16 triangles orientés définis par trois droites passant par le centre de la sphère, correspondent les 16 points d'une configuration de KUMMER.

Pour rendre continue la représentation en question, STUDY est obligé d'introduire une *nouvelle notion de triangle sphérique:* ni les angles ni les côtés d'un triangle sphérique, au sens de STUDY, ne sont bornés par aucune limite. Pour l'ensemble de ces triangles sphériques STUDY démontre en précisant une remarque faite par GAUSS, *qu'il faut distinguer deux familles de triangles sphériques* dont chacune forme un ensemble continu. Elles se distinguent l'une de l'autre par ce fait que, dans certaines formules (par exemple celles de DELAMBRE), un facteur ε a la valeur $+1$ pour les triangles de la première famille, la valeur -1 pour ceux de la deuxième.

Pour calculer les cosinus des angles et des côtés du triangle correspondant à un point donné, il suffit de considérer les coordonnées homogènes de ce point comme paramètres eulériens d'une transformation orthogonale. Certains quotients de deux coefficients de cette transformation donnent les valeurs cherchées et, comme les éléments d'une transformation ternaire orthogonale sont proportionnels aux éléments correspondants d'un certain tableau formé de fonctions elliptiques σu, la *liaison entre trigonométrie sphérique, transformations orthogonales et fonctions elliptiques* est faite.

Le mémoire sur la trigonométrie sphérique est un exemple qui nous montre, comment STUDY, traitant à fond une question de géométrie élémentaire, parvient à approfondir la théorie en trouvant de nouveaux points de vue. Sa solution originale du problème d'Apollonius et sa façon de traiter la géométrie élémentaire, soit au moyen des invariants de déplacement soit en rapport avec la géométrie non-euclidienne, donnent d'autres

exemples. On se souviendra toujours des travaux de STUDY quand on voudra d'un « point de vue élevé » étudier la géométrie élémentaire.

Mais revenons à d'autres mémoires ayant un rapport plus ou moins intime avec les transformations orthogonales ou les quaternions. Citons l'interprétation des 10 coefficients de la substitution ternaire orthogonale comme coordonnées homogènes d'un point dans un espace R_9 et l'étude de cette représentation en rapport avec la figure de six points d'une conique; l'usage de ces coefficients pour la représentation paramétrique des plans générateurs d'une variété M_4^2 en R_5 en rapport avec la *théorie de la transformation des droites en sphères de Sophus Lie.* STUDY a en même temps simplifié et corrigé cette théorie en considérant, au lieu de deux espaces linéaires R_3, l'un de droites et l'autre de sphères, d'abord le cas plus simple d'un espace R_3 contenant un complexe linéaire distingué et la variété-image M_3^2 de ce complexe dans la représentation (de KLEIN) des droites de R_3 sur les points de M_4^2 en R_5. Il établit une *correspondance biunivoque, sans aucune singularité, entre* « *facettes* » (« *Fazette* », figure formée d'un plan et d'un point sur ce plan) et « *feuilles* » (« *Blatt* », figure formée par deux droites de M_3^2 dans un plan tangent orienté de cette variété).

L'analogie de la formule

$$z' = \frac{az + b}{cz + d},$$

pour les transformations linéaires du plan de GAUSS, conduit STUDY à reprendre ces mêmes formules où tous les coefficients sont, au lieu de nombres complexes ordinaires, des quaternions. Ces formules lui donnent une *représentation paramétrique d.s transformations conformes de l'espace* R_4 *réel, fermé par un point accessoire* et en plus, par projection stéréographique une *représentation réelle des automorphies d'une variété sphérique* M_4^2 *en* R_5.

En rapport avec ces recherches STUDY est amené à étudier les *systèmes de plusieurs équations linéaires avec des quaternions comme coefficients et inconnues.* Au lieu du déterminant de la théorie des équations linéaires ordinaires, une nouvelle fonction

des coordonnées des quaternions-coefficients se présente; il la nomme *fonction «Nabla»* et il étudie ses propriétés très remarquables.

C. SEGRE avait donné pour les variétés du deuxième ordre, dans un espace à un nombre quelconque de dimensions, des théorèmes généraux concernant surtout ceux des espaces linéaires situés sur elles. C'est le mérite de STUDY, premièrement, d'avoir établi les théorèmes fondamentaux de la *théorie des invariants du groupe des automorphies d'une telle variété non dégénérée* et, en deuxième lieu, d'avoir étudié de plus près les variétés les plus simples de ce genre. Nous venons de le voir pour M_3^2 en R_4 et M_4^2 en R_5 et nous le verrons maintenant pour M_6^2 en R_7.

En cherchant à généraliser la représentation paramétrique des rotations d'un corps solide autour d'un point fixe, au moyen de quatre paramètres homogènes, STUDY est amené à démontrer ce théorème qu'*une représentation analogue, par sept paramètres homogènes, des déplacements de l'espace n'est pas possible*, mais qu'*une telle représentation peut se faire au moyen de huit paramètres homogènes liés par une relation quadratique.* C'est donc par les points de la variété M_6^2 de R_7, définie par cette équation, qu'on peut représenter les déplacements de l'espace R_3. La géométrie qui a comme éléments ces déplacements (« Soma »), la *cinématique*, est identique à la géométrie de cette variété. Des considérations de ce genre forment la fin de la publication principale de E. STUDY, « *Geometrie der Dynamen* » (1903).

Ce livre contient, dans sa première partie, une *Théorie synthétique et analytique de la composition des forces* et, plus loin, un exposé de la *Géométrie des rayons* (Strahlengeometrie). C'est en posant:

$$X_1 = x_{01} + \varepsilon x_{23}\ , \qquad X_2 = x_{02} + \varepsilon x_{31}\ , \qquad X_3 = x_{03} + \varepsilon x_{12}$$

avec $\varepsilon^2 = 0$, où x_{ik} sont les coordonnées *plückériennes* d'une droite ou d'un complexe linéaire, et X_i les coordonnées d'un point du « plan dual », que STUDY a été amené à introduire la notion de « rayon ». La liaison établie par ces dernières équations entre points du plan dual et rayons de l'espace donne lieu à un *principe de correspondance* qui porte le nom de STUDY et qui

permet, par exemple, de déduire sans calcul de la représentation paramétrique des rotations autour d'un point fixe, la représentation paramétrique des déplacements de l'espace ou de trouver comme image de la configuration de DÉSARGUES la configuration de PETERSON et MORLEY, composée de dix droites dont chacune coupe perpendiculairement trois autres.

Ce principe de correspondance a été suggéré à STUDY par l'étude des travaux de SEGRE sur la géométrie du domaine complexe. Les recherches de STUDY sur la métrique hermitienne entrent dans ce même ordre d'idées.

Les sujets cités jusqu'à présent appartiennent à la géométrie algébrique. Nous ne pouvons pas terminer sans rappeler les mémoires de STUDY se rapportant à la *Géométrie différentielle*. Après avoir fait des recherches préliminaires sur la théorie des équations différentielles de RICCATI et SCHWARZ, STUDY publie deux mémoires fondamentaux, un premier ayant pour but de rechercher les fondements de la géométrie métrique différentielle dans la théorie des invariants différentiels — dont les types possibles et le système complet des relations sont déterminés — et de donner une classiffication complète des courbes en géométrie euclidienne (en remarquant surtout les *courbes situées dans un plan isotrope*). Un autre discute à fond les équations naturelles des courbes. Quant aux recherches spéciales de STUDY dans le domaine de la géométrie différentielle, elles ont été consacrées à l'étude des courbes et des surfaces minima et des surfaces de SERRET.

Nous avons essayé de donner un résumé sommaire des principaux travaux de STUDY. Nécessairement incomplet, il ne laisse qu'une impression très superficielle du contenu de l'œuvre. Car, nous l'avons dit au commencement, ce ne sont pas seulement les résultats qui sont caractéristiques pour les travaux de STUDY mais la méthode et les moyens dont il se sert pour les obtenir; on ne pourra pas en concevoir l'idée sans lire directement ses mémoires. Bornons-nous à dire que ce n'est jamais un but sportif qu'il tâche d'atteindre, mais que c'est toujours une magnifique intention d'esthétique qu'il poursuit en véritable artiste mathématicien.