

**R. Deltheil. — Erreurs et Moindres carrés.  
Fascicule II, tome I du Traité du Calcul des  
Probabilités et de ses applications, publié par  
M. Emile Borel, avec la collaboration de C.-V.-L.  
Charlier, R. Deltheil, P. Dubreil, M. Fréchet, H.  
Galbrun, J. Haag,...**

Autor(en): **Buhl, A.**

Objektyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **29 (1930)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE.**

PDF erstellt am: **21.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

fermé et borné pouvant être contenu dans la plus petite figure convexe. Minkowski reprend la notion de distance et définit, pour deux points, un *empan*. Les unions entre concepts géométriques et concepts relatifs aux ensembles deviennent, de toutes parts, extrêmement nombreuses, ce qui pourrait déjà suffire à fixer l'attention sur les présents développements.

Le problème des isopérimètres conduit à rechercher la courbe AB, de longueur donnée, qu'il faut adjoindre au segment rectiligne AB pour obtenir l'aire maximum. M. Lebesgue cherche une figure pour laquelle  $L^2 : S$  est minimum. Steiner a donné des méthodes polygonales dont l'élégance sera difficilement surpassée. Minkowski emploie des intégrales à éléments de la forme  $HdL$ . Hermann Brunn, en un remarquable théorème, associe fonction concave à fonction linéaire.

Un intéressant sujet d'étude naît encore en remarquant que plusieurs des conceptions précédentes se généralisent aisément dans l'espace tandis que, pour d'autres, la généralisation est encore à trouver. A noter que les intégrales de Minkowski sont du côté des extensions fécondes ce qui coïncide avec l'idée qu'il convient de se faire quant à l'importance, en tant et tant d'autres domaines, des éléments de la forme  $XdY$  où X et Y ont des significations *géométriques* diverses et transformables. L'appareil géométrique de Steiner conduit aussi à de curieuses conceptions spatiales.

Nous souhaitons que ces rudimentaires aperçus donnent le désir d'approfondir l'exposition si originale de M. T. Bonnesen. N'oublions pas, comme le fait M. Bonnesen lui-même, de signaler la collaboration de M. Jean Favard qui a d'ailleurs ajouté, à l'ouvrage, une curieuse Note sur « Un problème de couvercle ».

A. BUHL (Toulouse).

R. DELTHEIL. — **Erreurs et Moindres carrés.** Fascicule II, tome I du **Traité du Calcul des Probabilités et de ses applications**, publié par M. Emile BOREL, avec la collaboration de C.-V.-L. CHARLIER, R. DELTHEIL, P. DUBREIL, M. FRÉCHET, H. GALBRUN, J. HAAG, R. LAGRANGE, F. PERRIN, Ch. RISSER, P. TRAYNARD. — Un volume gr. in-8° de VIII-162 pages. Prix : 30 francs. Gauthier-Villars et C<sup>te</sup>. Paris, 1930.

Ceci est le second fascicule que rédige M. Deltheil dans le grand *Traité* dont M. Emile Borel a entrepris la publication. Le premier avait traité aux Probabilités géométriques ; il a été analysé ici-même (T. XXV, 1926, p. 135). Il n'est pas sans intérêt de remarquer que, depuis, la mise en lumière des élégants résultats de Crofton et l'appoint personnel, apporté à de telles recherches par M. Deltheil lui-même, n'ont pas été sans retentissement.

C'est ainsi que, sans sortir de *L'Enseignement Mathématique*, nous trouvons, dans notre dernier volume (T. XXVIII, 1929, p. 309) et dans les Comptes rendus du Premier Congrès des mathématiciens des pays slaves (Varsovie, 23-27 septembre 1929) l'annonce d'une communication, de M. H. Steinhaus, *Sur la portée pratique et théorique de quelques théorèmes de M. Deltheil*.

Le présent fascicule est divisé en trois parties dont la première est consacrée à la Probabilité des causes. L'exposé apparaît encore fortement teinté de géométrie et de continuité, impression qui se prolongera d'ailleurs tout naturellement avec des problèmes dans l'énoncé desquels les causes et les résultats forment deux ensembles infinis et continus. D'ailleurs, avec les

lois de probabilité à une variable et l'adoption de quelques points de vue de M. Paul Lévy, le cas de la probabilité continue, à forme élémentaire  $f(x) dx$ , apparaît toujours comme particulièrement plastique. Il ferait retrouver l'intégrale de Stieltjes si on ne la connaissait pas. On peut suivre, dans le problème des moments et dans d'autres, les discussions et constructions modernes concernant la notion d'intégrale, en parlant le langage de la Théorie des probabilités. Remarque analogue à propos de la relation intégrale qui lie la fonction caractéristique et la fonction des probabilités élémentaires; ces deux fonctions, dans les cas de continuité ordinaire, sont assujetties à la loi de réciprocity de Fourier qui trouve là une occasion d'être étendue avec possibilité de remonter jusqu'aux intégrales de Dirichlet. Le problème général des erreurs peut se greffer aisément sur ces prémisses en donnant, à la fonction des probabilités élémentaires, la forme exponentielle quadratique bien connue; nous arrivons à la loi de Gauss.

Aussi la deuxième partie de l'œuvre est-elle consacrée à cette loi qui vit certainement, à côté des lois exponentielles plus simples, de propriétés de symétrie que l'exponentielle ordinaire ne possède pas. Ceci se voit à propos des moments et de la fonction caractéristique de la loi de Gauss tout comme au rapport de cette loi avec la théorie des épreuves répétées. Et l'on peut continuer à juger de son caractère à peu près inéluctable dans les pénétrants chapitres que M. Deltheil consacre au Principe de la moyenne arithmétique ainsi qu'aux justifications particulièrement méthodiques qui relèvent toujours de moments ou de fonctions caractéristiques de lois probabilitaires variables.

Nous sommes ici dans des travaux récents amorcés par Tchebychef, repris par MM. Borel, P. Lévy, Fréchet. Nous connaissons les critiques de Bertrand et de Poincaré. Tout impose une même conclusion. Un Calcul de Probabilités sans loi de Gauss est aussi difficile à concevoir qu'une Physique mathématique sans exponentielles. L'exposition, très éclectique, du présent ouvrage, paraît grandement confirmer cette manière de voir.

A propos de la combinaison des observations notons encore que la méthode de la moyenne arithmétique s'étend aisément, au cas d'observations d'inégale précision, par l'attribution de *poids* aux grandeurs observées. Tout ceci n'empêche pas qu'on peut rechercher, au-delà de la loi de Gauss, mais comme une généralisation de celle-ci et non contre elle, des lois de seconde approximation. D'où, par exemple, des séries de Gram-Charlier.

Nous arrivons à la troisième partie, c'est-à-dire à la méthode des moindres carrés. C'est encore Gauss qui domine avec le *principe du moindre risque d'erreur*. Quant à la méthode elle-même, on sait qu'elle consiste en combinaisons d'équations linéaires avec recherche d'un minimum pour l'erreur quadratique moyenne; la théorie en est très simple. Mais la disposition des calculs laisse de la marge à bien des initiatives et M. Deltheil n'a pas reculé devant la construction de tableaux schématiques qui, excellente idée, sont d'abord plus réduits que ne le permettrait la pratique mais montrent nettement, en revanche, les détails de leur constitution. Ensuite, avec l'aide de M. Caubet, astronome-adjoint à l'Observatoire de Toulouse, il donne des exemples effectifs couvrant une douzaine de pages de tableaux numériques se rapportant à des déterminations de coordonnées célestes. Le livre, qui ne manque point de remarquables spéculations analytiques, se termine en rappelant qu'un art véritable peut présider à l'exécution de calculs numériques.

Ajoutons, en dernière heure, que le fait de pouvoir retrouver les généralités de la Théorie des Fonctions, dans le Calcul des Probabilités, est confirmé par les plus récents travaux. C'est ainsi que, dans ce même fascicule, *L'Enseignement mathématique* publie encore un article de M. J. Kantorowicz (Varsovie) où l'opinion précédente apparaît dès les premiers mots. Ce nous est d'ailleurs un grand plaisir que de constater qu'il y a, en Pologne, un centre d'études probabilitaires où l'on paraît travailler, dans le plus parfait accord, avec M. Emile Borel et ses si distingués collaborateurs.

A. BUHL (Toulouse).

RENÉ GARNIER. — **Cours de Mathématiques générales.** Tome I. Calcul différentiel. Géométrie. — Un volume gr. in-8° de XII-464 pages et 172 figures. Prix: 80 francs. Gauthier-Villars et C<sup>ie</sup>. Paris, 1930.

Lorsque l'enseignement des Mathématiques générales a été inauguré, à la Sorbonne, il y a près de trente ans, par M. Paul Appell, on pouvait ne voir, en cette création, qu'un geste généreux fait par un grand savant en faveur de débutants et de futurs techniciens, geste qui serait répété par des successeurs d'une manière assez uniforme, d'autant plus que le dit enseignement comporte un programme très précis reproduit d'ailleurs par M. René Garnier en tête du présent livre. On aurait pu n'engendrer ainsi que des cours assez analogues. Or, premier point très remarquable, les choses ne semblent nullement prendre cette allure monotone et les continuateurs de M. Appell apportent dans l'exécution de leur tâche, quelque élémentaire qu'elle soit, divers reflets de leur talent propre, d'où un cachet généralement très personnel, d'accord avec les meilleures traditions d'originalité de l'Enseignement supérieur.

Le présent volume justifie particulièrement cette manière de voir. Il commence par les limites et la continuité; pour le futur technicien, il n'y a là rien qui ne puisse s'expliquer sur des tracés mais, dans un ordre d'idées plus pénétrant, l'exposition est faite avec un langage emprunté à la théorie des ensembles, langage qui fait pressentir, au delà des tracés, tout un monde décomposable en concepts plus subtils.

A propos de la dérivation, nous voyons que le mot *pente* a, sur une droite, sur une tangente, sur une courbe, le même sens que sur une route. La dérivée ne va évidemment pas sans considérations de limite mais, quand la notion est acquise, tout symbole de dérivation n'est plus qu'un *opérateur*, comparable, par exemple, à un radical. Excellent et très... tensoriel.

Les maxima, minima, théorèmes de Rolle et autres considérations de ce genre, n'apparaissent point comme sujets véritablement spéciaux; une bonne conception de la dérivée et tout cela coule de source.

Les nombres complexes satisfont à un *Principe de permanence* qui conservera pour eux les opérations du domaine réel. A coup sûr il ne s'agit encore que peu de fonctions analytiques mais quelle merveilleuse ouverture, sur celles-ci, n'est-elle pas dessinée par le principe en question. Le champ complexe élucide ce qui se passe le long de l'axe réel, c'est un exemple d'espace à  $n + 1$  dimensions éclairant l'espace à  $n$ . Le procédé est caractéristique de la géométrie et de la physique actuelles (p. 79).

La théorie des séries vise une obtention prompte de la série de Taylor