

1. — Suites de points régulières et singulières.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **29 (1930)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE.**

PDF erstellt am: **26.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

1. — SUITES DE POINTS RÉGULIÈRES ET SINGULIÈRES.

Deux paramètres binaires $\tau_1 : \tau_2$ et $\sigma_1 : \sigma_2$ étant donnés en notation homogène, je désignerai par :

$$(\tau\sigma) = \tau_1\sigma_2 - \tau_2\sigma_1 \quad (1)$$

le déterminant dont l'évanouissement est la condition nécessaire et suffisante pour que ces deux paramètres soient identiques.

Soient de même :

$$x_1 : x_2 : x_3 \quad \text{et} \quad u_1 : u_2 : u_3 \quad (2)$$

les coordonnées homogènes d'un point x et d'une droite u . Je désignerai par :

$$(ux) = u_1x_1 + u_2x_2 + u_3x_3 \quad (3)$$

l'expression qui s'annule si le point est sur la droite. J'écrirai enfin :

$$(pqr) \quad \text{et} \quad (uvw) \quad (4)$$

pour les déterminants formés des coordonnées de trois points p, q, r ou de trois droites u, v, w .

Considérons la forme linéaire en u et τ :

$$(um)(\mu\tau) \equiv (u_1m_1 + u_2m_2 + u_3m_3)(\mu_1\tau_2 - \mu_2\tau_1) \quad (5)$$

Ici m_i et μ_k sont des symboles qui, en général, n'ont seuls aucune signification réelle. Un produit $m_i\mu_k$ seulement a toujours un sens réel et représente un nombre complexe, un des six coefficients de la forme (5). Si, dans l'équation :

$$(um)(\mu\tau) = 0 \quad (6)$$

τ est, pour le moment, un paramètre fixe, (6) est l'équation d'un point. Des paramètres binaires τ différents donnent différents points ternaires qui sont tous sur une droite dont (6) est une représentation paramétrique. *L'équation (6) est donc l'expression analytique pour une suite de points. Les coefficients $m_i\mu_k$ de l'équation sont les six coordonnées homogènes de cette suite de points.*

Si, au contraire, dans l'équation (6), les u_i sont regardés comme

coordonnées d'une droite fixe, le paramètre τ , solution de l'équation linéaire résultante est le paramètre du point d'intersection de la droite u et de la suite de points.

Pour obtenir l'équation de la droite représentée par (6) joignons deux points différents τ et σ :

$$m(\mu\tau) \quad \text{et} \quad m'(\mu'\sigma) \quad ^1 \quad (7)$$

Or:

$$(xmm')(\mu\tau)(\mu'\sigma) = \frac{1}{2} (xmm')(\mu\mu') \cdot (\tau\sigma) \quad (8)$$

L'équation de la droite cherchée s'obtient donc en annulant la forme:

$$(ux) = \frac{1}{2} (xmm')(\mu\mu') \quad (9)$$

Il y a exception dans le cas où cette expression s'annule identiquement. Ce cas échéant la forme $(um)(\mu\tau)$ se décompose en deux facteurs, un ternaire et un binaire, dont chacun a une signification réelle:

$$(um) \cdot (\mu\tau) \quad . \quad ^2 \quad (10)$$

Annulé le premier donne l'équation d'un point m , le deuxième l'équation d'un paramètre μ . Nous appellerons *suite de points singulière* cette figure formée par l'ensemble d'un point m et d'un paramètre binaire μ .

2. REPRÉSENTATION DES SUITES DE POINTS DANS UN ESPACE E_5 .

Interprétons les six coordonnées homogènes d'une suite de points comme coordonnées d'un point d'un espace projectif E_5 à 5 dimensions. A chaque point de cet espace correspondra une suite de points et réciproquement. *Les suites de points singulières auront comme images les points d'une variété v_3 à trois dimensions dont la représentation paramétrique est immédiate:*

$$m_1 \cdot \mu_1 : m_2 \cdot \mu_1 : m_3 \cdot \mu_1 : m_1 \cdot \mu_2 : m_2 \cdot \mu_2 : m_3 \cdot \mu_2 \quad , \quad (11)$$

¹ L'accentuation est nécessaire pour éviter la confusion des deux séries de symboles correspondants.

² Le point servira toujours pour séparer des expressions symboliques ayant par elles-mêmes une signification réelle.