J. Hadamard. — Cours d'Analyse professé à l'Ecole Polytechnique. Tome second. — Un volume grand in-8° de vi-722 pages et 72 figures. Prix: 140 francs. Hermann et Cie. Paris, 1930.

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **29 (1930)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE.**

PDF erstellt am: **28.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

comprend toute l'importance depuis le brillant emploi qu'en a fait M. Julia dans son *Mémoire sur l'itération des fractions rationnelles* publié en 1918. Mais, si les généralités sont assez fortement teintées d'abstraction, on se retrouve très à l'aise avec la transformation

$$Z = \frac{az + b}{cz + d}.$$

C'est le groupe homographique. Il correspond à une rotation de la sphère sur elle-même, à la Géométrie de Lobatschewsky, à l'automorphisme fonctionnel de Poincaré. Comment ne pas accueillir les théories que nous présente M. Julia si elles peuvent généraliser tout cela.

Un intéressant principe de symétrie régit les prolongements analytiques de part et d'autre d'un arc en correspondance avec un segment rectiligne ou avec un arc de cercle. Parvenu là, on peut étudier les transformations rationnelles et particulièrement celles qui conservent un cercle fondamental. De telles transformations ont des formes canoniques. Un fameux lemme de Schwarz établit une inégalité entre une distance non-euclidienne et la distance transformée, cette inégalité ayant pour cas limite l'égalité quand la transformation est homographique. Ce lemme est d'ailleurs susceptible d'être étendu de diverses manières. Il conduit à des limitations moyennes quant aux modules de fonctions analytiques et à des extensions analogues au lemme de Jensen. Il est difficile, sans plus de longueur, de pénétrer plus en détail la belle analyse de M. Julia. Celle-ci est savante mais d'écriture toujours simple accompagnée de curieux schèmes géométriques. C'est vraiment l'analyse fondamentale d'une grande théorie.

A. Buhl (Toulouse).

J. Hadamard. — **Cours d'Analyse** professé à l'Ecole Polytechnique. Tome second. — Un volume grand in-8° de VI-722 pages et 72 figures. Prix: 140 francs. Hermann et C^ie^. Paris, 1930.

Le Tome premier de ce bel Ouvrage a été publié en deux fascicules déjà analysés dans *L'Enseignement mathématique* (T. XXV, 1926, p. 142; T. XXVI, 1927, p. 163). La place nous manque à nouveau pour louer, avec tous les développements nécessaires, le volume terminal aujourd'hui publié. Les sous-titres montrent qu'il traite du Potentiel, du Calcul des variations, des Fonctions analytiques, des Equations différentielles et aux dérivées partielles, du Calcul des probabilités. Autant de sujets auxquels l'auteur a apporté d'immenses contributions personnelles et qu'il est, par suite, capable d'enseigner avec une rare originalité.

Les potentiels et les fonctions harmoniques sont étudiés à un point de vue préparant déjà les équations aux dérivées partielles. Discontinuités qui, dans la suite, se retrouveront plus généralement en des *ondes*. Les applications à l'électrostatique et au magnétisme donnent lieu à deux chapitres distincts.

Le calcul des variations, tant étendu par M. Hadamard ne donne ici qu'une Seconde partie de 40 pages. Aussi les choses sont prises tout de suite, par le côté tangible, avec le problème de la brachistochrone, ce qui n'empêche pas que nous sommes bientôt prévenus de l'existence du Calcul fonctionnel.

Les géodésiques ne vont point sans la courbure géodésique ni sans l'équation tensorielle générale (p. 119, très joli). Les équations canoniques apparaissent ensuite comme par enchantement. Plus loin nous parlerons du Calcul tensoriel manié, dans le Cours de Mécanique, par MM. Painlevé et Platrier. L'Ecole Polytechnique est dans la bonne voie. Les cas des limites variables, des extréma liés, de la variation des intégrales multiples, sont réduits à des généralités formelles mais enfin signalés à l'esprit investigateur qui soupçonnera rapidement tout ce que l'on peut greffer sur de tels préliminaires.

Les séries entières sont immédiatement associées au concept de fonction analytique. La notion d'analyticité est étendue sans peine au cas de plusieurs variables. Les zéros des fonctions holomorphes ne sont évidemment que des points remarquables et non des points singuliers mais ils jouent un rôle essentiel quant aux propriétés de *coïncidence* analytique. Les méthodes de Cauchy ont de nombreuses applications et sont suivies d'un exposé sommaire, mais logiquement complet, relatif aux fonctions elliptiques.

Les équations différentielles occupent 120 pages dont 67 consacrées aux méthodes générales de Cauchy-Lipschitz, E. Picard puis aux méthodes interpolatoires ou à quadratures partielles de Runge, Adams pour aboutir enfin à celles, fondées surtout sur la considération de différences finies, dues à Kryloff et à Störmer. Les nécessités logiques de la Théorie des groupes s'intercalent ici et imposent, par exemple, la formule d'addition des vitesses selon Einstein. De tels rapprochements ne montrent-ils pas que la Gravifique tend à devenir toute la Science. D'ailleurs les invariants intégraux révèlent bientôt leurs merveilleuses propriétés constructives.

Les équations linéaires, après les développements élémentaires classiques, sont traitées avec l'extension des procédés de Cauchy, extensions dont les équations de Bessel et de Laplace donnent des exemples particulièrement maniables.

Les équations aux dérivées partielles (129 pages) commencent par des généralités à la Cauchy. Après le cas linéaire, à n variables, nous passons aux équations en x, y, z, p, q puis aux équations du second ordre. Ainsi qu'il faut s'y attendre, tant de par la nature des choses qu'à cause des travaux personnels de M. Hadamard, tout ceci est dominé par l'idée générale de *caractéristique*. Les raccords géométriques que cette théorie exige, selon la conception de Cauchy, se traduisent physiquement par des raccords analogues dans les milieux continus en mouvement; les *ondes* apparaissent. L'exposé va jusqu'aux ondes compatibles avec les équations de Maxwell. Réciproquement on peut prendre ces dernières équations comme prototype de toutes celles de la Physique ou de la Gravifique et cela revient à instaurer les ondes dans toutes les théories. Nous touchons aux synthèses de la Mécanique ondulatoire. Faut-il insister sur leur merveilleux caractère.

Le Calcul des Probabilités termine le volume. On a dit maintes fois que ce calcul n'était qu'une image particulière de la Théorie des fonctions. Il est donc encore fort naturel de le trouver ici. M. Hadamard s'est inspiré de J. Bertrand, H. Poincaré, Markoff, Carvallo, Borel, Castelnuovo, Fréchet et Halbwachs puis, plus particulièrement encore, de Paul Lévy et de la *Statistique mathématique* de G. Darmois. Le *Cours* ainsi achevé ne peut être contenu ni dans l'Ecole Polytechnique ni même dans le Collège de France. C'est une manifestation du génie français qui s'imposera partout.

A. Buhl (Toulouse).