Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 28 (1929)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR LES OVALES DE DESCARTES

Autor: Dufour, M.

Kapitel: 3. — Surface de l'onde réfractée de chemin optique nul dans le cas d'un dioptre sphérique et d'une onde incidente sphérique.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-22597

que les rayons marginaux réfractés par le dioptre sphérique rencontrent l'axe en un point P'' plus éloigné de S que P'. L'aberration est dite *surcorrigée* [1].

D'après ce qui a été dit au paragraphe précédent, l'aberration du dioptre sphérique convexe et convergent est surcorrigée quand le point lumineux objet P se trouve entre le sommet du dioptre et son centre de courbure; quand P est extérieur à cet intervalle, l'aberration est souscorrigée. L'aberration du miroir sphérique garde toujours le même sens, quelle que soit la position du point-objet sur l'axe: elle est toujours souscorrigée pour le miroir sphérique concave et surcorrigée pour le miroir sphérique convexe.

3. — *Surface de l'onde réfractée de chemin optique nul dans le cas d'un dioptre sphérique et d'une onde incidente sphérique.*

L'ovale de Descartes se rencontre encore quand on cherche la surface de l'onde réfractée de chemin optique nul donnée par un dioptre sphérique, le point-objet A étant à distance finie [2].

---

[1] On peut, en précisant ces indications, calculer la valeur de l'aberration. Prenons sur l'ovale et sur son cercle osculateur au sommet deux points voisins situés à une même distance infiniment petite h de l'axe. Menons en ces points les normales à l'ovale et au cercle. Les angles γ et γ_0 qu'elles font respectivement avec l'axe sont des infiniment petits; leur différence $\psi = |\gamma - \gamma_0|$ est l'angle du petit prisme additionnel. Pour avoir γ, nous utilisons l'expression de $tg\ \gamma$ donnée dans la deuxième partie de cette note, en développant les sinus et cosinus en série jusqu'au troisième ordre inclusivement et tenant compte de la relation qui existe entre les distances de deux points conjugués au sommet d'un dioptre sphérique d'indice n et de rayon R. Nous trouvons

$$\psi = \frac{n+1}{2n^2} i^2 \omega ,$$

ω étant l'angle du rayon incident avec la droite joignant le point d'incidence au point stigmatique objet du dioptre sphérique. La déviation imprimée par ce primse d'angle ψ au rayon réfracté est

$$\delta = (n-1)\psi = \frac{n^2-1}{2n^2} i^2 \omega .$$

Le déplacement correspondant du point d'intersection de ce rayon avec l'axe est $\delta . \mathrm{IP}' : \sin \varphi'$. Comme δ est du troisième ordre infinitésimal et φ' du premier ordre, nous pouvons remplacer $\sin \varphi'$ par la partie principale de φ', c'est-à-dire par $h : \mathrm{SP}'$, et IP' par SP' qui lui est égal à un infiniment petit du second ordre près. Donc

$$\mathrm{P'P''} = \delta . \frac{\overline{\mathrm{SP}'}^2}{h} = \frac{n^2-1}{2n^2} . \frac{\overline{\mathrm{SP}'}^2}{h} . i^2 \omega .$$

[2] Si le point-objet est à l'infini, la surface d'onde réfractée de chemin nul est rejetée à l'infini.

Soient O le centre de courbure du dioptre, AI un rayon incident quelconque, OI la normale (fig. 14 et 15). La circonférence menée

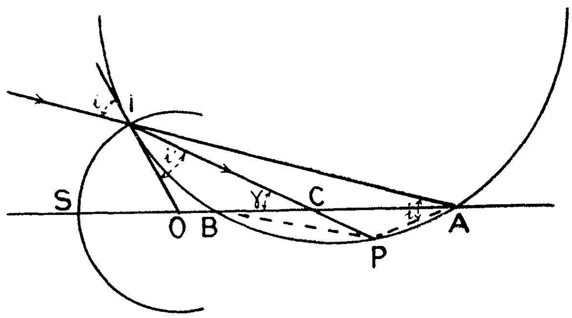

Fig. 14.

par A et I et tangente à OI coupe la droite OA en un point fixe B et $OB.OA = OI^2$. Soient P le second point où le rayon réfracté IP

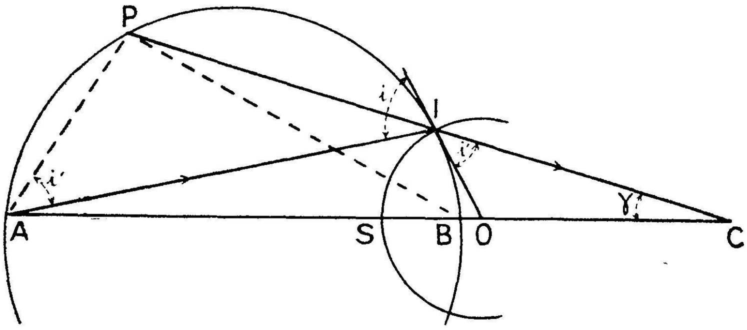

Fig. 15.

coupe la circonférence AIB, et C l'intersection de OA et de IP. Le triangle AIP nous donne

$$\frac{PI}{AI} = \frac{\sin i'}{\sin i} = \frac{1}{n} .$$

Les temps employés par la lumière pour aller de A à I dans le premier milieu et de P à I dans le second milieu sont égaux. Le lieu du point P est la méridienne de la surface d'onde réfractée de chemin optique nul. Nous avons, dans les triangles PAC et PBC,

$$\frac{PA}{CA} = \frac{\sin \gamma}{\sin APC} \quad \text{et} \quad \frac{PB}{CB} = \frac{\sin \gamma}{\sin BPC} .$$

D'où

$$\frac{CB}{CA} = \frac{\sin BPC}{\sin APC} \cdot \frac{PB}{PA} \quad \text{ou} \quad \frac{CB}{CA} = \frac{\sin BAI}{\sin ABI} \cdot \frac{PB}{PA} .$$

Le triangle AIB donne

$$\frac{\sin \mathrm{BAI}}{\sin \mathrm{ABI}} = \frac{\mathrm{BI}}{\mathrm{AI}} .$$

Donc

$$\frac{\mathrm{CB}}{\mathrm{CA}} = \frac{\mathrm{BI}}{\mathrm{AI}} \cdot \frac{\mathrm{PB}}{\mathrm{PA}} = \frac{\mathrm{SB}}{\mathrm{SA}} \cdot \frac{\mathrm{PB}}{\mathrm{PA}} \quad \text{ou} \quad \frac{\mathrm{CB}}{\mathrm{CA}} = \frac{\mathrm{R} - \mathrm{R}^2 : a}{a} \frac{\mathrm{PB}}{\mathrm{PA}} .$$

D'après ce que nous avons vu plus haut (II, § 1), PC est normale à une ovale de Descartes dont deux foyers sont A et B. Un des sommets est à une distance $\frac{\mathrm{SA}}{n}$ du sommet du dioptre. La connaissance de la *nature* de cette ovale donnerait directement le *sens* de l'aberration pour le point A, mais le procédé artificiel indiqué au paragraphe précédent est plus simple.

4. — *Condensateur cardioïde.*

Nous signalerons encore ici, bien que l'ovale de Descartes n'y intervienne pas, une application *catoptrique* de la cardioïde.

La cardioïde peut être considérée comme engendrée par un point d'un cercle qui roule extérieurement sur un cercle égal.

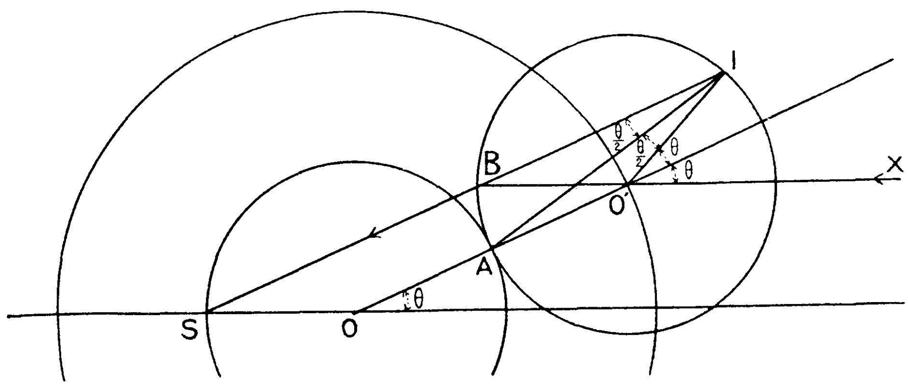

Fig. 16.

Soient O le centre du cercle de base, O′ une position quelconque du centre du cercle mobile, I le point correspondant de la cardioïde et S son point de rebroussement (fig. 16). Le trapèze