

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 28 (1929)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** SUR LES OVALES DE DESCARTES  
**Autor:** Dufour, M.  
**Kapitel:** 3. — Surface de l'onde réfractée de chemin optique nul dans le cas d'un dioptre sphérique et d'une onde incidente sphérique.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-22597>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 18.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

que les rayons marginaux réfractés par le dioptré sphérique rencontrent l'axe en un point  $P''$  plus éloigné de  $S$  que  $P'$ . L'aberration est dite *surcorrigée* <sup>1</sup>.

D'après ce qui a été dit au paragraphe précédent, l'aberration du dioptré sphérique convexe et convergent est surcorrigée quand le point lumineux objet  $P$  se trouve entre le sommet du dioptré et son centre de courbure; quand  $P$  est extérieur à cet intervalle, l'aberration est souscorrigée. L'aberration du miroir sphérique garde toujours le même sens, quelle que soit la position du point-objet sur l'axe: elle est toujours souscorrigée pour le miroir sphérique concave et surcorrigée pour le miroir sphérique convexe.

### 3. — *Surface de l'onde réfractée de chemin optique nul dans le cas d'un dioptré sphérique et d'une onde incidente sphérique.*

L'ovale de Descartes se rencontre encore quand on cherche la surface de l'onde réfractée de chemin optique nul donnée par un dioptré sphérique, le point-objet  $A$  étant à distance finie <sup>2</sup>.

<sup>1</sup> On peut, en précisant ces indications, calculer la valeur de l'aberration. Prenons sur l'ovale et sur son cercle osculateur au sommet deux points voisins situés à une même distance infiniment petite  $h$  de l'axe. Menons en ces points les normales à l'ovale et au cercle. Les angles  $\gamma$  et  $\gamma_0$  qu'elles font respectivement avec l'axe sont des infiniment petits; leur différence  $\psi = |\gamma - \gamma_0|$  est l'angle du petit prisme additionnel. Pour avoir  $\gamma$ , nous utilisons l'expression de  $\tan \gamma$  donnée dans la deuxième partie de cette note, en développant les sinus et cosinus en série jusqu'au troisième ordre inclusivement et tenant compte de la relation qui existe entre les distances de deux points conjugués au sommet d'un dioptré sphérique d'indice  $n$  et de rayon  $R$ . Nous trouvons

$$\psi = \frac{n+1}{2n^2} i^2 \omega,$$

$\omega$  étant l'angle du rayon incident avec la droite joignant le point d'incidence au point stigmatique objet du dioptré sphérique. La déviation imprimée par ce prisme d'angle  $\psi$  au rayon réfracté est

$$\delta = (n-1)\psi = \frac{n^2-1}{2n^2} i^2 \omega.$$

Le déplacement correspondant du point d'intersection de ce rayon avec l'axe est  $\delta \cdot IP' : \sin \varphi'$ . Comme  $\delta$  est du troisième ordre infinitésimal et  $\varphi'$  du premier ordre, nous pouvons remplacer  $\sin \varphi'$  par la partie principale de  $\varphi'$ , c'est-à-dire par  $h : SP'$ , et  $IP'$  par  $SP'$  qui lui est égal à un infiniment petit du second ordre près. Donc

$$P'P'' = \delta \cdot \frac{SP'^2}{h} = \frac{n^2-1}{2n^2} \cdot \frac{SP'^2}{h} \cdot i^2 \omega.$$

<sup>2</sup> Si le point-objet est à l'infini, la surface d'onde réfractée de chemin nul est rejetée à l'infini.

Soient  $O$  le centre de courbure du dioptre,  $AI$  un rayon incident quelconque,  $OI$  la normale (fig. 14 et 15). La circonférence menée

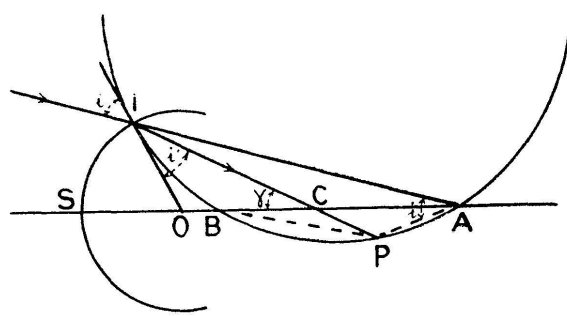


Fig. 14.

par  $A$  et  $I$  et tangente à  $OI$  coupe la droite  $OA$  en un point fixe  $B$  et  $OB \cdot OA = OI^2$ . Soient  $P$  le second point où le rayon réfracté  $IP$

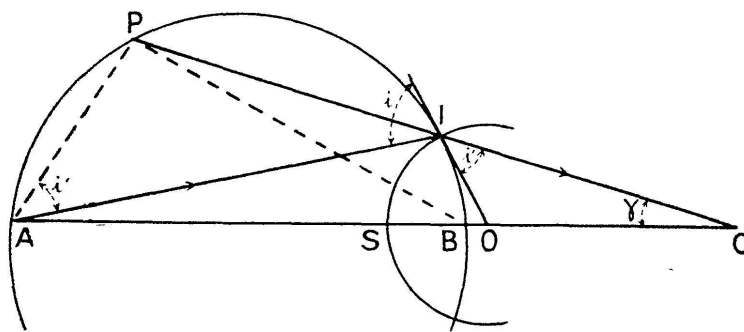


Fig. 15.

coupe la circonférence  $AIB$ , et  $C$  l'intersection de  $OA$  et de  $IP$ . Le triangle  $AIP$  nous donne

$$\frac{PI}{AI} = \frac{\sin i'}{\sin i} = \frac{1}{n}.$$

Les temps employés par la lumière pour aller de  $A$  à  $I$  dans le premier milieu et de  $P$  à  $I$  dans le second milieu sont égaux. Le lieu du point  $P$  est la méridienne de la surface d'onde réfractée de chemin optique nul. Nous avons, dans les triangles  $PAC$  et  $PBC$ ,

$$\frac{PA}{CA} = \frac{\sin \gamma}{\sin APC} \quad \text{et} \quad \frac{PB}{CB} = \frac{\sin \gamma}{\sin BPC}.$$

D'où

$$\frac{CB}{CA} = \frac{\sin BPC}{\sin APC} \cdot \frac{PB}{PA} \quad \text{ou} \quad \frac{CB}{CA} = \frac{\sin BAI}{\sin ABI} \cdot \frac{PB}{PA}.$$

Le triangle AIB donne

$$\frac{\sin \text{BAI}}{\sin \text{ABI}} = \frac{\text{BI}}{\text{AI}}.$$

Donc

$$\frac{\text{CB}}{\text{CA}} = \frac{\text{BI}}{\text{AI}} \cdot \frac{\text{PB}}{\text{PA}} = \frac{\text{SB}}{\text{SA}} \cdot \frac{\text{PB}}{\text{PA}} \quad \text{ou} \quad \frac{\text{CB}}{\text{CA}} = \frac{\text{R} - \text{R}^2 : a}{a} \frac{\text{PB}}{\text{PA}}.$$

D'après ce que nous avons vu plus haut (II, § 1), PC est normale à une ovale de Descartes dont deux foyers sont A et B. Un des sommets est à une distance  $\frac{\text{SA}}{n}$  du sommet du dioptré. La connaissance de la *nature* de cette ovale donnerait directement le *sens* de l'aberration pour le point A, mais le procédé artificiel indiqué au paragraphe précédent est plus simple.

#### 4. — Condensateur cardioïde.

Nous signalerons encore ici, bien que l'ovale de Descartes n'y intervienne pas, une application *catoptrique* de la cardioïde.

La cardioïde peut être considérée comme engendrée par un point d'un cercle qui roule extérieurement sur un cercle égal.

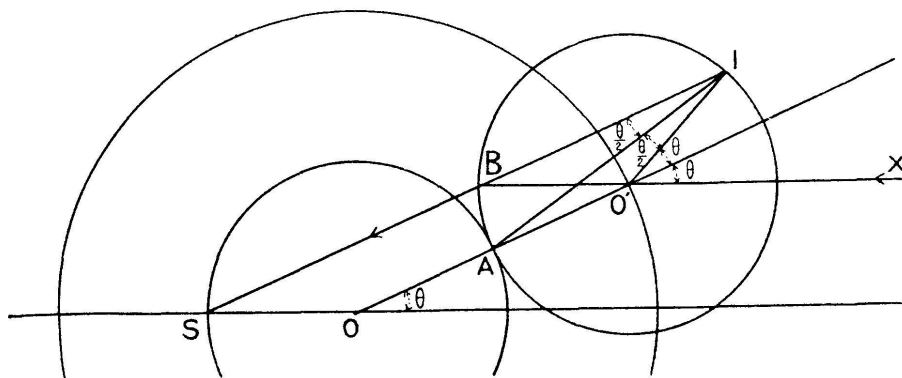


Fig. 16.

Soient O le centre du cercle de base, O' une position quelconque du centre du cercle mobile, I le point correspondant de la cardioïde et S son point de rebroussement (fig. 16). Le trapèze