

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 28 (1929)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** SUR LES OVALES DE DESCARTES  
**Autor:** Dufour, M.  
**Kapitel:** 1. — Ovales stigmatiques par rapport à deux points donnés.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-22597>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 30.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## IV. — APPLICATIONS A L'OPTIQUE.

1. — *Ovales stigmatiques par rapport à deux points donnés.*

On sait depuis Descartes que la méridienne d'un *dioptre stigmatique* pour deux points donnés P et P', situés dans deux milieux optiques d'indices respectifs 1 et  $n$ , est une ovale de Descartes dont ces points sont deux foyers <sup>1</sup>.

On obtient l'équation de cette ovale en appliquant la *loi du tautochronisme*, c'est-à-dire en écrivant que le temps mis par la lumière pour aller dans le premier milieu du point P à un point I de l'ovale et du point I au point P' dans le second milieu est une constante. Les rayons vecteurs  $\rho$  et  $\rho'$  étant positifs, on affectera  $\rho$  du signe + ou du signe — suivant que P sera un point lumineux réel ou virtuel;  $\rho'$  sera affecté du signe + ou du signe — suivant que P' sera une image réelle ou virtuelle. Désignant par  $\rho_0$  et  $\rho'_0$  les distances de P et P' au point S où la méridienne rencontre l'axe PP', nous écrivons la loi du tautochronisme sous la forme

$$\pm \rho \pm n\rho' = \pm \rho_0 \pm n\rho'_0 .$$

Les deux points P et P' étant donnés, il y a pour toute position de S une ovale stigmatique, qui suivant la distribution des points P, P' et S peut être une ovale intérieure ou une ovale extérieure. D'après ce qui a été dit plus haut (I § 2 et III, § 1), nous pourrions reconnaître sa nature, savoir à quels foyers elle est rapportée et dire si au point S elle présente un maximum ou un minimum de courbure. Des considérations très simples vont nous fournir directement ce dernier renseignement dans le cas où P et P' sont conjugués par rapport à un dioptre sphérique de sommet S.

Supposons que le dioptre sphérique tourne sa convexité du

---

<sup>1</sup> Un système optique est *stigmatique* pour deux points P et P' si tous les rayons incidents venant de P ont pour conjugués des rayons passant par P'. Le système est *aplanétique* quand il est stigmatique pour les points infiniment voisins de P et P', situés au voisinage de son axe dans deux plans perpendiculaires à l'axe.

côté d'où vient la lumière et que le second milieu est plus réfringent que le premier ( $n > 1$ ). Nous avons à distinguer un certain nombre de cas.

1. P réel infiniment éloigné; P' coïncide avec le foyer-image. L'ovale se réduit à une ellipse, présentant en S un *maximum* de courbure.

2. P réel plus éloigné de S que le foyer objet; P' est réel (fig. 7). La condition du tautochronisme donne  $\rho + n\rho' = k$ .

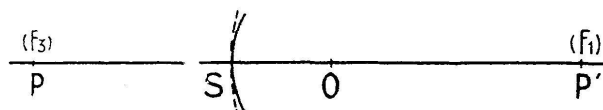


Fig. 7.

L'ovale, indiquée schématiquement en pointillé, est une *ovale intérieure* rapportée aux foyers  $F_3$  et  $F_1$  (voir le tableau, I § 2) et P' ne peut correspondre à  $F_3$  puisque l'on a  $n > 1$ <sup>1</sup>. Donc P correspond à  $F_3$  et P' à  $F_1$ . Il y a un *maximum* de courbure en S.

3. P réel placé au foyer-objet; P' est à l'infini. L'ovale devient une hyperbole. *Maximum* de courbure en S.

4. P réel et P' virtuel (fig. 8), Nous avons

$$\rho - n\rho' = \rho_0 - n\rho'_0 < 0$$

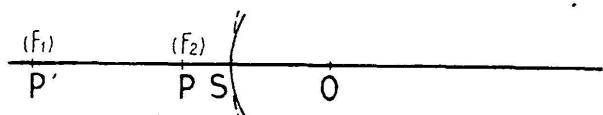


Fig. 8.

puisque  $\rho'_0 > \rho_0$  et  $n > 1$ . Il s'agit d'une *ovale extérieure*. Comme en S elle tourne sa convexité vers les foyers P et P', P' correspond à  $F_1$  et P à  $F_2$ . Il y a un *maximum* de courbure en S.

5. P et P' coïncident avec S. L'ovale se réduit à un point.

6. P virtuel placé entre le sommet S et le centre de courbure O du dioptré sphérique; P' est réel entre P et O (fig. 9). Nous avons

$$-\rho + n\rho' = -\rho_0 + n\rho'_0 > 0$$

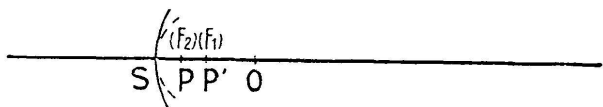


Fig. 9.

<sup>1</sup> P' ne peut jamais correspondre à  $F_3$ , ni P à  $F_1$ .

puisque  $\rho'_0 > \rho_0$  et  $n > 1$ . C'est l'équation d'une ovale *extérieure*. La courbe tournant en S sa concavité vers P et P', P' correspond à F<sub>1</sub> et P à F<sub>2</sub>. Il y a un *minimum* de courbure en S.

7. P et P' coïncident avec O. L'ovale se réduit au cercle méridien du dioptré puisque les foyers F<sub>1</sub> et F<sub>2</sub> viennent en coïncidence.

8. P virtuel au-delà de O et en deçà du point stigmatique objet du dioptré (fig. 10).

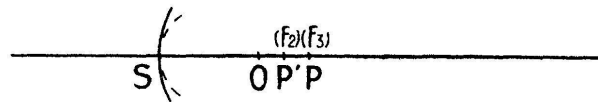


Fig. 10.

Si P est virtuel et placé au-delà de O, P' est réel et placé entre O et P. Nous avons

$$-\rho + n\rho' = -\rho_0 + n\rho'_0.$$

Quand P se déplace vers la droite à partir de O,  $-\rho_0 + n\rho'_0$  part de la valeur positive  $(n - 1) SO$  et décroît pour s'annuler quand P atteint le point stigmatique objet. Nous reconnaissons l'équation d'une ovale *extérieure*. Il y a un *minimum* de courbure en S.

9. P virtuel placé au point stigmatique objet, P' au point stigmatique image. Nous avons  $-\rho + n\rho' = 0$ . L'ovale se réduit au cercle méridien du dioptré sphérique.

10. P virtuel placé au-delà du point stigmatique objet; P' est entre O et P (fig. 11). Nous avons

$$-\rho + n\rho' = -\rho_0 + n\rho'_0 < 0.$$

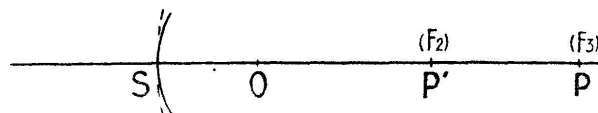


Fig. 11.

C'est l'équation d'une ovale *intérieure* rapportée aux foyers F<sub>2</sub> et F<sub>3</sub>: F<sub>2</sub> est en P', F<sub>3</sub> en P. Il y a un *maximum* de courbure en S.

On peut faire la même discussion si,  $n$  étant toujours plus grand que 1, le dioptré tourne sa concavité du côté d'où vient la lumière. Enfin, pour passer aux cas où on aurait  $n < 1$ , il suffirait d'appliquer le principe du retour inverse des rayons lumineux.

Ce mode de raisonnement s'applique aussi aux *miroirs stigmatiques* pour deux points donnés. Dans le cas de la réflexion ( $n = -1$ ), l'ovale se réduit à une conique, dont la courbure aux sommets sur l'axe est toujours un *maximum*.

## 2. — Aberration du dioptré sphérique.

Pour les rayons centraux, l'action du dioptré sphérique est la même que celle du dioptré stigmatique ayant pour méridienne l'ovale dont le cercle osculateur en S coïncide avec le cercle O. Si cette ovale présente en S un *maximum* de courbure (fig. 12), l'effet optique réalisé en chaque point I par la substitution du dioptré stigmatique au dioptré sphérique est celui que produirait en I l'adjonction au dioptré sphérique d'un prisme d'angle très petit à arête tournée vers l'axe. Ce prisme déviant les rayons vers sa base, nous en concluons que les rayons marginaux réfractés par le dioptré sphérique rencontrent l'axe en un point P'' plus rapproché du sommet S que le point P' où se croisent les rayons centraux. L'aberration est dite *sous-correctée*. Si l'ovale présente en S un minimum de courbure (fig. 13), l'effet optique réalisé

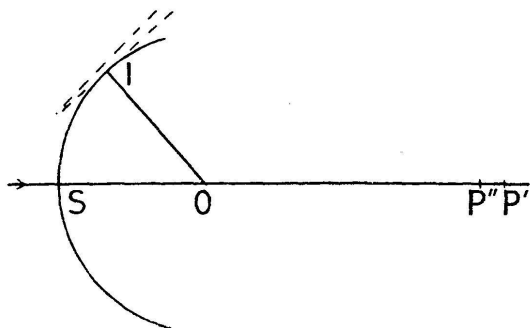


Fig. 12.

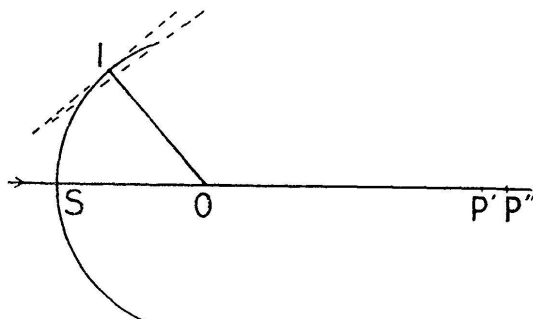


Fig. 13.

par la substitution du dioptré sphérique au dioptré stigmatique est celui que produirait en I l'adjonction au dioptré stigmatique d'un petit prisme à arête tournée vers l'axe: nous en concluons