

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 28 (1929)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** SUR LES OVALES DE DESCARTES  
**Autor:** Dufour, M.  
**Kapitel:** 2. — Points situés en dehors de l'axe et présentant un maximum ou un minimum de courbure.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-22597>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 31.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

4. *Condition pour que l'ovale extérieure soit une courbe convexe.*

— Nous avons vu plus haut comment la forme d'une équation bipolaire nous permet de reconnaître s'il s'agit d'une ovale intérieure ou d'une ovale extérieure. Cherchons la condition pour qu'une ovale extérieure soit une courbe convexe. Des considérations d'optique vont nous guider.

La relation  $\lambda \sin i = |\lambda'| \sin i'$  nous montre que, si nous envisageons l'ovale comme la méridienne d'un dioptré pour lequel le premier et le second milieu ont des indices respectivement égaux à  $\lambda$  et  $\lambda'$  et si nous supposons un point lumineux placé en  $F$  dans le premier milieu, les rayons réfractés forment un faisceau homocentrique de centre  $F'$ . Supposons l'ovale rapportée à ses foyers intérieurs et prenons  $F_2$  comme point-objet. Si l'ovale possède en  $B_2$  un point méplat, les rayons lumineux venant de  $F_2$  sont réfractés au voisinage de  $B_2$  comme ils le seraient sous l'incidence normale par un dioptré plan, et on a  $\lambda_2 F_1 B_1 = \lambda_1 F_2 B_2$  ou  $\lambda_2 b_1 = \lambda_1 b'_2$ . Si la courbe tourne en  $B_2$  sa concavité vers  $F_2$ , l'image  $F_1$  se rapproche de  $B_2$ , et on a  $\lambda_2 b_2 < \lambda_1 b_1$  : c'est la condition pour que l'ovale extérieure soit une courbe convexe.

2. — *Points situés en dehors de l'axe et présentant un maximum ou un minimum de courbure.*

Soit  $M$  un des points de contact de la circonférence menée par  $F_1$  et  $F_2$  et bitangente à l'ovale. En ce point  $M$ , l'angle  $F_1 M F_2$ , formé par les rayons vecteurs, passe par un maximum. Il est égal à  $(i_1 + i_2)$  pour l'ovale intérieure (fig. 6) et à  $(i_1 - i_2)$  pour l'ovale extérieure. Nous avons donc, en  $M$ ,  $d(i_1 \pm i_2) = 0$ . D'autre part, de la relation

$$\lambda_1 \sin i_1 = \lambda_2 \sin i_2, \quad \text{nous tirons} \quad \lambda_1 \cos i_1 di_1 = \lambda_2 \cos i_2 di_2.$$

---

relation simple qu'on trouve aisément par des considérations d'optique. Dans le plan de la figure, les rayons lumineux émanés de  $F_2$  sont réfractés en ces points par un dioptré ayant l'ovale pour méridienne comme ils le seraient par un dioptré plan osculateur. La relation qui détermine la position de la focale tangentielle est

$$\frac{\lambda_1 \cos^2 i_1}{\rho_1} = \frac{\lambda_2 \cos^2 i_2}{\rho_2}.$$

Par suite  $d(i_1 \pm i_2) = 0$  équivaut à

$$\left(1 \pm \frac{\lambda_1 \cos i_1}{\lambda_2 \cos i_2}\right) di_1 = 0 .$$

Le facteur entre parenthèses ne pouvant s'annuler,  $di_1 = 0$  et  $di_2 = 0$ ; alors  $i_1$  et  $i_2$  passent en M par un maximum. Soit MJ la normale.

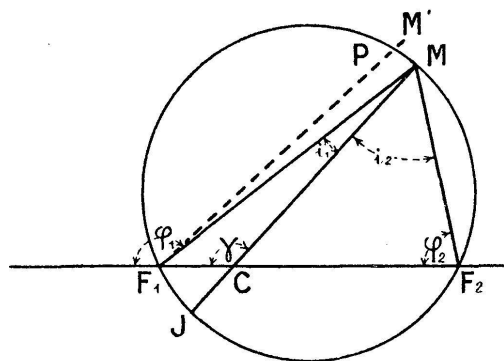


Fig. 6.

Prenons sur l'ovale un point  $M'$  infiniment voisin de  $M$ ; la droite  $F_1M'$  prolongée rencontre la circonférence au point  $P$ . Les angles inscrits  $F_1PJ$  et  $F_1MJ$  sont égaux. La normale  $M'$ , faisant avec  $F_1M'$  un angle égal à  $i_1$  au second ordre près, puisque  $i_1$  est un maximum, est parallèle à  $PJ$  et, puisque  $M'P$  est du second ordre, cette normale passe, au second ordre près, par le point  $J$ .  $J$  est par conséquent un point de rebroussement de la développée et en  $M$  la courbure de l'ovale passe par un minimum (pour l'ovale intérieure) par un maximum (pour l'ovale extérieure). Nous voyons donc que le cercle tangent en  $M$  ayant un rayon égal à la moitié du rayon de courbure en ce point passe par les deux foyers intérieurs. Entre les angles  $i_1$  et  $i_2$ , les rayons vecteurs  $\rho_1$  et  $\rho_2$  et le rayon de courbure  $R$  nous avons en  $M$  les relations

$$2R = \frac{\rho_1}{\cos i_1} = \frac{\rho_2}{\cos i_2} .$$

En tout point de l'ovale  $\gamma = \varphi_1 - i_1 = \varphi_2 + i_2$  d'où

$$d\gamma = d\varphi_1 - di_1 = d\varphi_2 + di_2 .$$

En  $M$  on a  $d\gamma = d\varphi_1 = d\varphi_2$ .