

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 28 (1929)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** SUR LES OVALES DE DESCARTES  
**Autor:** Dufour, M.  
**Kapitel:** 5. — Le foyer singulier.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-22597>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 17.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

comme les cordes correspondantes également inclinés sur la verticale. Nous avons

$$S_1 Q_1 + S_1 Q_2 = 2S_1 Q \quad \text{et} \quad S_1 R_1 + S_1 R_2 = 2S_1 R .$$

Faisons tourner le plan  $V'$  autour de l'axe du cône  $S_1$ : l'angle des deux génératrices passant par  $S_1$  ne change pas,  $S_2'$  se déplace dans  $V'$  le long d'une droite horizontale et vient en  $S_2''$ . L'angle des asymptotes ne change pas et par suite le système des deux diamètres conjugués subit une translation horizontale: les déplacements de  $Q$  et  $R$  sur les génératrices de  $S_1$  sont égaux et de sens contraire et la somme  $S_1 Q + S_1 R$  reste constante, quelle que soit l'orientation de  $V'$ . Projétons sur la trace horizontale de  $V'$ : nous voyons que la somme des distances d'un foyer aux points d'intersection de la courbe avec une sécante quelconque passant par ce foyer est constante.

Si nous prenons comme sécante l'axe  $F_1 F_2$ , nous voyons de plus que la constante est la même pour les foyers  $F_1$  et  $F_2$ .

### 5. — *Le foyer singulier.*

Les trois points  $F_1, F_2, F_3$ , auxquels leur propriété optique a fait donner le nom de foyers, sont aussi des foyers répondant à la définition de Plücker: le calcul prouve que ce sont les points d'intersection de tangentes menées à l'ovale par les points cycliques du plan.

L'ovale possède aussi un *foyer singulier*: elle passe par les points cycliques du plan et a des asymptotes qui la touchent en ces points.

Si nous supposons que  $S_2$  se déplace sur la verticale  $F_2 S_2$  (fig. 1), c'est-à-dire si nous faisons varier  $h_3$  en laissant fixes  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ , nous obtenons une famille d'ovales définies par la relation  $\lambda_1 \rho_1 + \lambda_2 \rho_2 = -h_3$ , où  $h_3$  est un paramètre variable. Dans l'équation en coordonnées cartésiennes correspondante, les termes du quatrième et du troisième degré sont indépendants de  $h_3$ , et, par suite, toutes ces ovales ont les mêmes asymptotes<sup>1</sup>. Il nous

<sup>1</sup> L'équation cartésienne de l'ovale de Descartes ne diffère que par une constante de celle du limaçon qui fait partie de la famille. L'ovale est le lieu des points d'égale puissance par rapport au limaçon.



D'autre part,

$$A_0 A' = \lambda_2 \cdot F_2 A = \lambda_1 (4c - F_2 A) \quad \text{d'où} \quad F_2 A = \frac{4\lambda_1 c}{\lambda_1 + \lambda_2},$$

$$B_0 B = \lambda_2 \cdot F_2 B = \lambda_1 (F_2 B - 4c) \quad \text{d'où} \quad F_2 B = \frac{4\lambda_1 c}{\lambda_1 - \lambda_2}.$$

Par suite

$$r = \frac{F_2 C}{2} = \frac{F_2 A + F_2 B}{4} = \lambda_1 c \left( \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} + \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \right) = \frac{2\lambda_1^2 c}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}.$$

Désignons par  $F_s$  le foyer singulier; ses distances aux trois foyers ordinaires sont <sup>1</sup>

$$F_s F_1 = \frac{2\lambda_2^2 c}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}, \quad F_s F_2 = \frac{2\lambda_1^2 c}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}, \quad F_s F_3 = 2 \frac{d^2}{c} \cdot \frac{1}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}.$$

$F_s$  est extérieur à l'intervalle  $F_1 F_2$  et placé du côté de  $F_1$ .

## II. — NORMALE A L'OVALE.

L'ovale étant donnée par l'équation  $\lambda\rho + \lambda'\rho' = h$  rapportée à deux foyers  $F$  et  $F'$ , nous prenons sur la courbe un point  $I$ ,

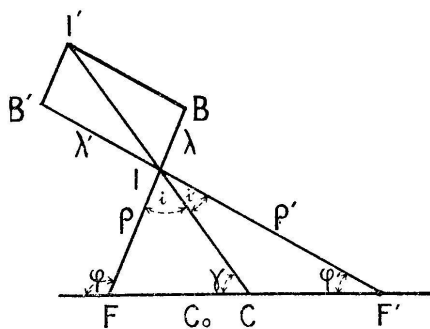


Fig. 4.

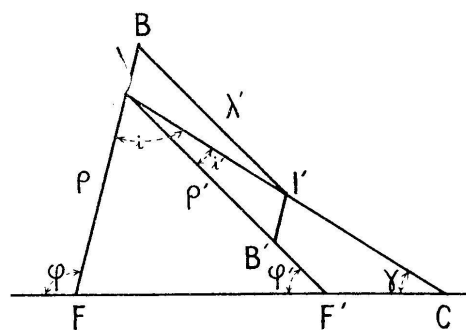


Fig. 5.

nous portons sur les rayons vecteurs  $FI$  et  $F'I$  des segments  $IB = \lambda$  et  $IB' = \lambda'$ , et nous complétons le parallélogramme  $BIB'I'$  (fig. 4 et 5): sa diagonale  $II'$  est la normale à l'ovale.

<sup>1</sup> En prenant  $F_s$  pour origine, l'équation cartésienne de l'ovale prend une forme où  $F_s F_1$ ,  $F_s F_2$  et  $F_s F_3$  interviennent de façon symétrique, se prêtant de façon commode à l'étude de la courbe.