Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 28 (1929)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Kapitel: Mathématiques élémentaires.

supérieurs déterminés par le cercle sur ces transversales soient égaux aux segments inférieurs de ces transversales.

THÉORÈME 2. — *Dans tout triangle:*

1° *Le centre de chaque cercle tangent,*

2° *Le centre de gravité,*

3° *Le point d'intersection des transversales opposées de contact correspondantes,*

sont en ligne droite et le centre de gravité divise la distance des deux autres points dans le rapport 1 : 2. *Le centre du cercle correspondant pour le triangle des points milieu des côtés est aussi sur cette droite qu'il divise en deux parties égales.*

N. B. — Pour simplifier, les cercles inscrit et ex-inscrits ont été appelés les cercles tangents.

AGRÉGATION DE MATHÉMATIQUES (1928)

MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES.

Mathématiques élémentaires (6 heures). — *On donne deux droites* Δ, Δ', *non situées dans un même plan;* Oz *est leur perpendiculaire commune,* O *le milieu de cette perpendiculaire commune,* Ox, Oy *les bissectrices des angles formés par les parallèles à* Δ *et* Δ', *issues du point* O.

1° *Démontrer que le lieu des points d'un plan perpendiculaire à* Ox (*ou à* Oy), *équidistants de* Δ *et* Δ' *est une droite* g (*ou* h) *rencontrant* Ox (*ou* Oy).

Relation entre la distance de cette droite au point O *et l'angle qu'elle fait avec* Oz.

2° *On demande d'étudier les plans* P *tels que la symétrique de l'une des deux droites* Δ, Δ', *par rapport à chacun de ces plans, rencontre l'autre ou lui est parallèle.*

Montrer que chaque plan P *contient une droite* g (*ou* h) *et réciproquement.*

Placer en particulier les plans P *qui passent par une sécante commune à* Δ *et* Δ' *ou sont perpendiculaires à cette sécante.*

Trouver l'enveloppe Γ *des plans* P *passant par un point fixe quelconque* S*; on déterminera l'enveloppe des traces de ces plans sur un plan perpendiculaire à* Ox *ou* Oy. *Cas particulier, où* S *est placé sur une droite* g (*ou* h).

Trouver l'enveloppe Γ' *des plans* P *qui sont parallèles à une direction de droite donnée; cas particulier ou cette direction est perpendiculaire à* Ox *ou* Oy.

3° *On demande d'étudier les droites* A *telles que la symétrique de l'une des droites* Δ, Δ' *par rapport à chacune de ces droites* A *rencontre l'autre ou lui est parallèle.*

On démontrera que le lieu de ces droites A *qui passent par un point donné* S *est le cône supplémentaire d'un cône qui se définit comme le cône* Γ *du n°* 2, *à l'aide d'un système de deux droites, autre que celui des droites* Δ *et* Δ'*; que l'enveloppe de ces droites* A *qui sont situées dans un plan donné* Π *est la section droite d'un cylindre qui se définit également comme le cylindre* Γ' *du n°* 2.

On reconnaîtra dans quels cas ce lieu et cette enveloppe se décomposent.

On démontrera que le lieu des droites A *qui sont parallèles à une direction de droite donnée est un plan* P *du n°* 2.

4° *Démontrer que par chaque droite* A *passent toujours deux plans* P, *dont on distinguera les rôles, et que, si la droite* A *varie en restant dans un plan fixe* Π, *l'un de ces deux plans* P *reste parallèle à une direction fixe et l'autre passe par un point fixe.*

SOLUTION

PAR

M. Bertrand Gambier (Paris).

N. B. — Le lecteur est prié de faire lui-même les figures, d'ailleurs très simples.

1. — Ox, Oy, Oz sont chacun axe de symétrie de la figure Δ, Δ'; Oz perce Δ en A, Δ' en A'; prenons comme demi-droite positive sur Oz la direction OA et soit $A'O = OA = h$; menons par O les parallèles OD, OD' à Δ et Δ' et soit 2φ l'angle aigu de ces droites; prenons pour direction positive Ox la bissectrice (dans un ou l'autre sens) de l'angle aigu de OD, OD' et prenons comme sens positif de rotation dans le plan Oxy le sens qui amène OD sur OD': Oy en résulte.