SUR LES SURFACES DE NIVEAU DU POTENTIEL

Autor(en): **Brunner, William**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **28 (1929)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.09.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-22593

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

U (x) étant croissante. On en déduit sans peine que, à partir d'une valeur r, on a aussi

$$U(x) < x^{\rho+\varepsilon}$$

et

$$\log M(R) < \log M(r) + R^{\rho+\varepsilon} \log \frac{R}{r} ,$$

donc

$$\log M^1(r) < \log M(r) + R^{\rho+\varepsilon} \log \frac{R}{r} + \log \frac{1}{R-r} .$$

En prenant

$$R = r + r^{1-\rho-\varepsilon} ,$$

on obtient

$$\log M^1(r) < \log M(r) + \log r^{\rho-1+\varepsilon} + K ,$$

K étant fini. Par suite, *si petit que soit* ε, *on a, à partir d'une valeur de* r

$$M^1(r) < r^{\rho-1+\varepsilon} M(r) .$$

C'est l'inégalité que je voulais établir.

SUR LES SURFACES DE NIVEAU DU POTENTIEL

PAR

William BRUNNER (Zurich).

Soit S_1 *une surface fermée entourant le point* O *et* S_2 *une autre surface fermée entourant* S_1. *Supposons que* S_1 *et* S_2 *soient des surfaces de niveau de la fonction harmonique* U (x, y, z), *régulière dans la partie de l'espace comprise entre* S_1 *et* S_2. *Si* S_1 *et* S_2 *jouissent de la propriété qu'une demi-droite quelconque issue du point* O *ne les coupe qu'une fois, toutes les surfaces de niveau de* U *comprises entre* S_1 *et* S_2 *jouissent de la même propriété* [1].

[1] Les surfaces jouissant de ladite propriété s'appellent « sternförmig » en allemand. Le théorème analogue pour le cas du plan (potentiel logarithmique) est bien connu, voir par ex. G. PÓLYA et G. SZEGÖ, *Aufgaben und Lehrsätze* I (1925), p. 145. Le théorème énoncé m'a été indiqué sans démonstration par M. G. Pólya, à l'occasion de mon travail de diplôme, ensemble avec un autre analogue, relatif aux surfaces de niveau convexes.

Les surfaces S_1, S_2 étant des suıfaces de niveau de U, leurs équations sont de la forme

$$U(x, y, z) = c_1 , \qquad U(x, y, z) = c_2 ,$$

où c_1, c_2 sont des constantes; nous supposons $c_1 < c_2$. La normale extérieure à ces surfaces de niveau est un vecteur dont les composantes sont proportionnelles à

$$\frac{\partial U}{\partial x} , \quad \frac{\partial U}{\partial y} , \quad \frac{\partial U}{\partial z} .$$

Supposons que le point O est situé à l'origine. Alors le cosinus de l'angle formé par la normale extérieure au point x, y, z et par une demi-droite issue de O et passant par ce point, est du même signe que l'expression

$$x\frac{\partial U}{\partial x} + y\frac{\partial U}{\partial y} + z\frac{\partial U}{\partial z} = V .$$

Par hypothèse, l'angle en question est *aigu* en chaque point de S_1 et de S_2, donc la fonction V est *positive* sur ces surfaces. Mais la fonction V est harmonique, puisque

$$\Delta V = 2\Delta U + x\frac{\partial \Delta U}{\partial x} + y\frac{\partial \Delta U}{\partial y} + z\frac{\partial \Delta U}{\partial z} = 0 .$$

La fonction harmonique V étant positive sur S_1 et S_2, reste positive dans la partie de l'espace comprise entre ces deux surfaces. C.q.f.d.